МОУ Межозёрная СОШ

Верхнеуральский муниципальный район

Исследовательская работа по теме:

«Математические фокусы и их классификация»

|  |  |
| --- | --- |
|  | Выполнил: ученик 10А классаБелюнов Тимофей |
|  | Руководитель: Тамаровская О.В. |

Межозёрный, 2019

Содержание:

|  |  |
| --- | --- |
| Введение | 2 |
| 1. Математические фокусы и их классификация
 | 4 |
| 1. Технология некоторых математических фокусов.
 | 6 |
| 2.1. Волшебная девятка | 6 |
| 2.2. Угаданный день рождения | 6 |
| 2.3. Фокус с предопределенным выбором. | 6 |
| * 1. Фокус с отгадыванием числа.
 | 7 |
| * 1. Фокус с суммой всех неизвестных.
 | 7 |
| * 1. Фокус с числом Шахерезады.
 | 7 |
| * 1. Фокус с нахождением суммы.
 | 8 |
| * 1. Вычисления вслепую.
 | 8 |
| * 1. Фокус с числами Фибоначчи
 | 9 |
| * 1. Фокус “Угадать зачеркнутую цифру”.
 | 10 |
| * 1. «Математическая забава М. Ю. Лермонтова»
 | 10 |
| 1. Секреты математических фокусов
 | 11 |
| Заключение. | 17 |
| Литература  | 18 |

Введение.

Мир математики не так скучен и однообразен, как кажется многим. Рассмотрим, к примеру, так называемые математические фокусы. Человеку, непосвящённому в их секреты, способность фокусника угадывать число или «молниеносно» выполнять в уме сложные расчёты кажется удивительной. Но математические фокусы основаны на математических законах, на свойствах чисел. И понять суть того или иного эксперимента – это значит понять пусть небольшую, но математическую закономерность.

Над данным проектом я работаю уже второй год. За это время мною освоены более 50 математических фокусов из различных книжных и Интернет ресурсов. В процессе сбора материала по теме у меня возникало ощущение хаоса: фокусов представлено очень много, но какой-либо порядок отсутствует. А так уж устроен человек – если он начинает серьёзно чем-либо заниматься, то ищет в этом какую-то систему. И я в этом случае не исключение.

Итак, **цель работы:**исследование математических фокусов и их классификация.

**Задачи:**

1. Продолжить изучение литературы по данному вопросу и интернет ресурсы;
2. Выбрать наиболее интересные математические фокусы и выяснить, в чём их секрет;
3. Разработать классификацию математических фокусов.

**Гипотеза:** все математические фокусы делятся на группы в соответствии с какими-то существенными признаками.

**Объект исследования:** фокусы, основанные на свойствах чисел и математических закономерностях.

**Структура проекта:** данная работа состоит из 3 частей. Первая содержит некоторые теоретические сведения по данной теме, во второй я рассматриваю некоторые, самые интересные на мой взгляд эксперименты, а в третьей раскрываю секреты этих фокусов и выявляю основу для их классификации.

**Актуальность проекта**

Привить любовь к математике можно разными способами, и самый необычный из них — через фокусы. Для некоторых детей этот способ может стать самым действенным — появится реальный стимул тренироваться в устном счёте и разбираться в формулах. Поэтому данный проект призван привлечь внимание обучающихся к изучению математики.

* 1. Математические фокусы и их классификация

**Фокус** - искусный трюк, основанный на обмане зрения, внимания при помощи ловкого и быстрого приема, движения (словарь Ожегова)

Иллюзионное искусство привлекает зрителей своей фантастичностью происходящего на сцене. Зритель сам может убедиться в том, что на сцене происходит невероятное, невозможное действие. Показывая и наблюдая фокусы, люди развлекаются. Но не только. Один человек создал фокус, другие удивляются ему, пытаются разобраться в фокусе, понять его и добраться до истины. Действия фокусника, на самом деле, не представляют собой чего-то необыкновенного, сверхъестественного. Они просты, естественны и логичны, но зрителю они представляются невероятными потому, что фокусник применил приём, в результате чего зритель сам сделал ошибочный вывод и поверил в него.

Первое упоминание о математических фокусах мы встречаем в книге русского математика Леонтия Филипповича Магницкого, опубликованной в 1703 году. Одна глава книги содержала математические игры и фокусы. Сам Магницкий пишет, что поместил эту главу в книгу для “утехи и особенно для изощрения ума учащихся”. Все мы знаем великого русского поэта М.Ю. Лермонтова, но не каждому известно, что он был большим любителем математики, особенно его привлекали математические фокусы, которых он знал великое множество, причем некоторые из них он придумывал сам.

Математические фокусы интересны именно тем, что каждый фокус основан на математических законах. Смысл их состоит в отгадывании чисел, задуманных зрителями, или в каких-нибудь операциях над ними. Главное — это то, что фокусник знает секрет: особые свойства чисел. Миллионы людей во всех частях света увлекаются математическими фокусами. И это не удивительно. “Гимнастика ума” полезна в любом возрасте. А фокусы тренируют память, обостряют сообразительность, вырабатывают настойчивость, способность логически мыслить, анализировать и сопоставлять. Еще в Древней Элладе без игр не мыслилось гармоническое развитие личности. И игры древних не были только спортивными. Наши предки знали шахматы и шашки, ребусы и загадки.

В такие игры во все времена играли ученые, мыслители, педагоги. Они же и создавали их.

Несмотря на то, что математические фокусы были известны ещё в древности, их классификации не существует. Во всяком случае, в источниках, проанализированных мною такой информации нет.

Стоит отметить некоторые попытки деления математических фокусов на группы. Например, Дмитрий Коробченко – учитель математики – предлагает классифицировать фокусы в соответствии с их результатом. Т.е. в итоге фокуса у зрителя получается некий финальный результат («ответ»), и все фокусы можно разделить по принципу: либо этот результат угадывается (1), либо по этому результату называется исходное загаданное число (2).

Другой вариант деления предлагается на некоторых Интернет ресурсах: там все фокусы группируются в соответствии с внешней атрибутикой, т.е., с картами, с календарём, с игральным кубиком, таинственными квадратами и т.д.

Такие варианты классификации меня не устраивают, т.к. они основаны на поверхностных, второстепенных признаках. Саму суть фокуса, его секрет они не затрагивают.

2. Технология некоторых математических фокусов.

2.1. Волшебная девятка

Зрителям предлагается умножить на 9 любую цифру, кроме единицы, а затем произнести вслух одну из двух цифр получившегося числа, обязательно уточнив, первая или вторая это цифра. Не задумываясь, фокусник называет всё число целиком.

2.2. Угаданный день рождения

Фокусник объявляет зрителям, что он может угадать день рождения любого незнакомого человека, сидящего в зале. Желающему предлагается умножить на 2 число дня своего рождения, затем сложить получившееся произведение и число 5 и умножить на 50 получившуюся сумму. К этому результату необходимо прибавить номер месяца рождения (июль — 7, январь — 1), вслух назвать полученное число. Через секунду фокусник называет день и месяц рождения зрителя. *Для этого в уме от того числа, которое назвал зритель, он отнимает 250. Выходит трехзначное или четырехзначное число. Первая и вторая цифры — день рождения, две последние — месяц.*

* 1. Фокус с предопределенным выбором.

На доске записывается любое 5-значное число, например, 59634. Предлагается под этим числом записать любое 5-значное число, причем желательно, чтобы цифры в нем были различными. Под этим числом ведущий записывает другое 5-значное число. Затем под ним предлагается записать еще одно 5-значное число. Затем ведущий записывает другое 5-значное число. Предлагается сложить данные 5 чисел, через несколько минут у зрителей получается какой-то ответ, но ведущий предугадал его и записал на обратной стороне доски или на листе бумаге, который предварительно запечатал в конверт и передал зрителям.

* 1. Фокус с отгадыванием числа.

Фокусник просит зрителей задумать двухзначное число, а затем приписать к нему справа то же число ещё раз. Полученное четырёхзначное число разделить на то, которое первоначально задумали – деление выполнится нацело. Далее все цифры частного нужно сложить. Должно получиться 2.

* 1. Фокус с суммой всех неизвестных.

Фокусник предлагает кому-нибудь из зрителей написать тайно четыре числа:

1. Год рождения.
2. Год поступления в школу (на работу и т.п.)
3. Возраст.
4. Число лет обучения в школе (работы и т.п.)

Фокусник берётся отгадать сумму этих чисел, хотя ни одного из них ему неизвестно. *Для этого он удваивает год выполнения фокуса и объявляет итог. Например, если фокус например проводится в 2016 году то сумма – 4032.*

* 1. Фокус с числом Шахерезады.

Фокусник предлагает кому-нибудь из учащихся написать на листе бумаги любое трехзначное число. Далее приписать к нему это же число еще раз. Получится шестизначное число. Передать лист соседу, пусть он разделит это число на 7. Передать листочек дальше, пусть следующий ученик разделит полученное число на 11. Снова передать результат дальше, следующий ученик пусть разделит полученное число на 13. Затем передать листочек “фокуснику”. Он может назвать задуманное число.

Математические фокусы разнообразны. Во многих математических фокусах числа завуалированы предметами, имеющими отношение к числам. Например, следующие фокусы с календарём - тоже математические.

* 1. Фокус с нахождением суммы.

В этом фокусе фокусник очень быстро может отгадать сумму чисел, входящих в обведенный квадрат на календаре. Для этого зрителя просят обвести на настенном календаре в любом месяце квадрат, содержащий 16 чисел.

*Взглянув на него ровно секунду, фокусник отворачивается и через мгновение, необходимое для умножения суммы двух чисел, стоящих на противоположных концах любой диагонали, обведенного квадрата, на восемь, называет правильный результат.*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПН |  | 7 | 14 | 21 | 28 |
| ВТ |  1 | 8 | 15 | 22 | 29 |
| СР | 2 | 9 | 16 | 23 | 30 |
| ЧТ | 3 | 10 | 17 | 24 | 31 |
| ПТ | 4 | 11 | 18 | 25 |  |
| СБ | 5 | 12 | 19 | 26 |  |
| ВС | 6 | 13 | 20 | 27 |  |

*Например, из выделенного квадрата сложим 1 и 25 и умножим сумму на 8. (1+25)\*8=208. Таким образом, сумма чисел 1, 2, 3, 4, 8, 9,10,11, 22, 23, 24 и 25 равна 208.*

* 1. Вычисления вслепую.

На этот раз фокусник вообще не смотрит на календарь и стоит, повернувшись спиной к зрителям, а один из них выбирает на настенном календаре любой месяц и обводит на нем какой–нибудь квадрат, содержащий 9 чисел. Его просят самую малость : назвать наименьшее из чисел, попавших в этот квадрат, чтобы через пару мгновений назвать сумму этих девяти чисел. *Объяснение действий фокусника: нужно прибавить к названному числу 8 и результат умножить на 9.*

* 1. Фокус с числами Фибоначчи

Этот фокус демонстри­руют так: показывающий просит кого-нибудь записать друг под другом два любых числа, какие он пожела­ет. Допустим для примера, что были выбраны 2 и 7. Затем зритель должен сложить эти числа. Найденное таким образом третье число складывается со вторым (стоящим над ним), и получается четвертое число. Этот процесс повторяют до тех пор, пока в вертикаль­ном столбце не окажется десять чисел:

2

7

9

16

25

41

66

107

173

280

Во время записывания чисел фокусник стоит, повернувшись спиной к зрителям. Когда все числа будут записаны, он поворачивается, проводит под колонкой цифр черту и, не задумываясь, подписывает сумму этих чисел. *Чтобы получить эту сумму, ему просто нужно взять четвертое число снизу и умно­жить его на 11 - операция, которую легко можно проделать в уме. В нашем случае четвертым чис­лом будет 66, поэтому в ответе получится число 66, взятое 11 раз, т.е. 726.*

* 1. Фокус “Угадать зачеркнутую цифру”.

Пусть кто-либо задумает какое-нибудь многозначное число, например, число 847. Предложите ему найти сумму цифр этого числа (8+4+7=19) и отнять ее от задуманного числа. Получится: 847-19=828. В том числе, которое получится, пусть он зачеркнет цифру – безразлично какую, и сообщит вам все остальные. Вы немедленно назовете ему зачеркнутую цифру, хотя не знаете задуманного числа и не видели, что с ним проделывалось.

*Выполняется это очень просто: подыскивается такая цифра, которая вместе с суммою вам сообщенных цифр составила бы ближайшее число, делящееся на 9 без остатка. Если, например, в числе 828 была зачеркнута первая цифра (8) и вам сообщили цифры 2 и 8, то, сложив 2+8, вы соображаете, что до ближайшего числа, делящегося на 9, т. е. до 18 – не хватает 8. Это и есть зачеркнутая цифра*.

* 1. «Математическая забава М. Ю. Лермонтова»

Вот отрывок из воспоминаний однополчанина поэта Е. И. Мейделя о забавном случае, связанном с пребыванием Михаила Юрьевича в крепости (в Анапе) «…Зимой офицеры анапского гарнизона, проходя службу в захолустном местечке, собирались по вечерам у кого-либо из друзей и развлекались от скуки как могли. Однажды, находясь в такой компании, Лермонтов предложил: "Задумайте какую угодно цифру, и я с помощью простых арифметических действий, которые вы будете проводить со мною, определю эту цифру". В итоге Лермонтов всегда безошибочно называл ее. Батальонный был изумлен: "Фу ты... Да вы уж не колдун ли?!" Поэт улыбнулся: "Колдун - не колдун, а математике учился", и раскрыл секрет фокуса…»

Вот один из фокусов М.Ю. Лермонтова: задумать любое число, прибавить к нему 25, прибавить еще 125, отнять 36, вычесть задуманное число, остаток умножить на 5, полученное число разделить на 2. Получится 285*.*

1. Секреты математических фокусов

3.1. Волшебная девятка.

Если умножить любую цифру на 9, в результате получится двузначное число. Если сложить между собой обе цифры этого числа, получится 9.

*Т.о., в основе данного фокуса лежит особое свойство числа 9.*

3.2. Угаданный день рождения

Загадан день рождения. День — X, месяц — Y. Оба числа являются не более чем двузначными. Зритель выполняет следующие операции:

1. Х\*2
2. Х\*2+5
3. (Х\*2+5)\*50
4. (Х\*2+5)\*50+У=Z

Х – день, У – месяц, Z – ответ от зрителя.

В уме отнимаем 250:

Z-250=( Х\*2+5)\*50+ У-250=Х\*100+250+У-250=Х\*100+У=W

Так как Y — не более чем двузначное число, в получившемся числе [W=X\*100+Y] месяц Y и день X никак не перемешаются. Поэтому последние две цифры числа W — это месяц Y, остальные — день X.

*Т.о., в основе данного фокуса лежит алгебраическое выражение.*

* 1. Фокус с предопределенным выбором.

Ведущий заранее определяет число, которое получится в итоге, и из него вычитает 199998, результат разности ведущий записывает первым числом фокуса. Далее третье число записывается так, чтобы сумма второго и третьего, четвёртого и пятого чисел давала 99999.

*Т.о., в основе данного фокуса лежит алгебраическое выражение*

* 1. Фокус с отгадыванием числа.

Задуманное двузначное число мы писали дважды: например, задумав 29, писали 2929.Это всё равно, что умножить задуманное число на 101 (в самом деле, 29\*101=2929). Раз мы это знаем, то можем с уверенностью предвидеть, что от деления такого четырёхзначного числа на задуманное число получится 101 и что, следовательно, сумма цифр частного (1+0+1)=2

*Т.о., в основе данного фокуса лежит алгебраическое выражение*

* 1. Фокус с суммой всех неизвестных.

Что должно получиться, если к году рождения прибавить возраст? Разумеется, год проведения фокуса. Точно так же, если к году поступления в школу прибавить число лет обучения в школе получится опять год, когда производится фокус. Ясно, что итог сложения наших четырёх слагаемых не может быть не чем иным, как удвоенным годом произведения расчета.

*Т.о., в основе данного фокуса лежит алгебраическое выражение.*

* 1. Фокус с числом Шахерезады.

Этот красивый арифметический фокус, производящий на непосвящённых впечатления волшебства, объясняется очень просто: вспомните что, приписать к трёхзначному числу его само – значит умножить его само на 1001 (число Шахерезады), т.е. на произведение 7\*11\*13.Шестизначное число , которое ваш товарищ получит после того как припишет к задуманному число его само должно будет поделиться и на 7, на 11, и на 13. А в результате деления последовательно (т.е. на них произведение- 1001) оно должно конечно снова дать задуманное число.

*Т.о., в основе данного фокуса лежит особое свойство числа 1001.*

* 1. Фокус «Таинственные квадраты в календаре».

 Если *р*- наибольшее число в указанном квадрате, то всякий такой квадрат имеет вид:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| р-24 |   | р-17 |   | р-10 |   | р-3 |
| р-23 |   | р-16 |   | р-9 |   | р-2 |
| р-22 |   | р-15 |   | р-8 |   | р-1 |
| р-21 |   | р-14  |   | р-7 |   | р |

и сумма всех чисел квадрата равна 16*р-*192=16(*р*-12).

(Например, пусть наибольшее число – 24, тогда 16(24-12)=192).

*Т.о., в основе данного фокуса лежит алгебраическое выражение.*

* 1. Фокус «Вычисления вслепую».

Если – *m* наименьшее число в указанном квадрате, то весь квадрат имеет вид

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|   m |  m+7 |   m+14 |
|  m+1 |  m+8 |  m+15 |
|  m+2 |  m+9  |  m+16 |

И сумма всех чисел квадрата равна 9m+72=9(m+8).

*Т.о., в основе данного фокуса лежит алгебраическое выражение.*

* 1. Фокус с числами Фибоначчи.

Распишем все члены последовательности:

а1 и а2 начальные данные
а3=а1+а2
а4=а2+а3=2\*а2+а1
а5=а3+а4=3\*а2+2\*а1
а6=5\*а2+3\*а1
а7=8\*а2+5\*а1
а8=13\*а2+8\*а1
а9=21\*а2+13\*а1
а10=34\*а2+21\*а1
сумма от а1 до а10 равна 88\*а2+55\*а1, что равносильно 11\*(8\*а2+5\*а1). не трудно заметить что 8\*а2+5\*а1=а7.

*Т.о., в основе данного фокуса лежит особое свойство ряда Фибоначчи.*

* 1. Фокус “Угадать зачеркнутую цифру”.

Если от какого-либо числа отнять сумму его цифр, то останется число, делящееся на 9 без остатка, иначе говоря такое, сумма цифр которого делится на 9. В самом деле, пусть в задуманном числе а – цифра сотен, в – цифра десятков, с – цифра единиц. Значит всего в этом числе единиц 100а+10в+с. Отнимая от этого числа сумму цифр (а+в+с), получим: 100а+10в+с-(а+в+с)=99а+9в=9(11а+в), т. е. число, делящееся на 9. При выполнении фокуса может случиться, что сумма сообщенных вам цифр сама делится на 9, например 4 и 5.Это показывает, что зачеркнутая цифра либо 0, либо 9.Тогда вы должны ответить: 0 или 9.

*Т.о., в основе данного фокуса лежит особое свойство числа 9.*

* 1. Математическая забава М. Ю. Лермонтова

(***а***+ 25 + 125 – 36 - ***а***) · 5 : 2 = 114 · 5 : 2 = 285.

Как видно, в процессе выполнения действий задуманное число *а* исключается, и собеседник выполняет остальные действия только над теми числами, которые дает сам отгадчик. Вместо чисел 25, 125, 36, 5 и 2 можно брать, конечно, и другие числа, но тогда и ответ будет иной.

*Т.о., в основе данного фокуса лежит алгебраическое выражение.*

\* \* \*

Итак, рассмотрев секреты математических фокусов, мы обнаружили, что они делятся на две большие группы:

1. Секрет фокуса становится понятен, если записать предложенные действия в виде алгебраического выражения.
2. Секрет фокуса основан на особенных свойствах некоторых чисел.

Т.о., мы обнаружили основу для классификации всех математических фокусов по их главному, значимому признаку – секрету раскрытия. Разложим на группы в соответствии с этой классификацией рассмотренные нами фокусы:

|  |  |
| --- | --- |
| *Алгебраическое выражение* | *Особые свойства чисел* |
| Угаданный день рождения | Волшебная девятка |
| Фокус с предопределенным выбором. | Фокус с числом Шахерезады |
| Фокус с отгадыванием числа | Фокус «Вычисления вслепую» |
| Фокус с суммой всех неизвестных | Фокус “Угадать зачеркнутую цифру” |
| Фокус «Таинственные квадраты в календаре» |  |
| Фокус «Вычисления вслепую». |  |
| Математическая забава М. Ю. Лермонтова |  |

Заключение.

В своей работе я рассмотрел различные математические фокусы и обнаружил, что это не что иное, как своеобразная форма демонстрации математических закономерностей.

 Я выяснил, что секретом отгадывания одних фокусов является составление алгебраических выражений, других - особенные характеристики некоторых чисел. Таким образом, в ходе работы над данным проектом я обнаружил основу для классификации математических фокусов по принципу раскрытия их секрета.

Математические фокусы помогают развивать навыки вычислений, память, устный счет, сообразительность, способность мыслить логически и, главное, повышают интерес к математике. Я считаю, что материалы данного проекта можно использовать на уроках математики и во время проведения математической недели в школе. А может быть, какой-нибудь автор использует эту идею для написания интересной книги о математических фокусах. В этом я вижу практическую значимость своей работы.

Литература:

1. Мартин Гарднер, Математические чудеса и тайны, Москва, “Наука”, 1982.
2. Перельман Я. И. , Занимательная алгебра, издательство “Мир”, Москва, 1975.
3. Перельман Я. И. , Занимательная арифметика. Числа и фокусы. – М.:ОЛМА Медиа Групп, 2013.