**«Формирование** **математической** **грамотности** **обучающихся** **7-9** **классов** **через реализацию элективного** **курса**

**«Реальная** **математика»**

**Масалова Елена Геннадьевна**

**учитель** **математики**

**МБОУ** **«СОШ № 18»,** **г.** **Абакан**

**2022**

***Введение***

Повышение качества образования является одной из актуальных проблем не только для России, но и для всего мирового сообщества. В настоящее время цель образования стала соотноситься с формированием ключевых компетентностей1. Стратегия новых образовательных стандартов нацелена «на формирование средств и способов самостоятельного продвижения ученика в учебном предмете». С точки зрения А.В. Хуторского, «введение понятия «образовательные компетентности» в нормативную и практическую составляющую образования позволяет решить проблему, типичную для российской школы, когда ученики могут хорошо владеть набором теоретических знаний, но испытывают значительные трудности в деятельности, требующей использования этих знаний для решения конкретных жизненных задач и ситуаций».1

Математическая грамотность – это способность индивидуума формулировать, применять и интерпретировать математику в разнообразных контекстах. Она включает математические рассуждения, использование математических понятий, процедур, фактов и инструментов, чтобы описать, объяснить и предсказать явления. Математическая грамотность помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые должныпринимать конструктивные, активные и размышляющие граждане2.

На международном уровне исследование математической грамотности осуществляется «Организацией экономического сотрудничества и развития» (ОЭСР) в рамках Международной программы по оценке образовательных достижений учащихся (англ. Programme for International Student Assessment, PISA) — теста, оценивающего грамотность школьников в разных странах мира и умение применять знания на практике.

1 http://www.eidos.ru/journal/2005/1212.htm

2 http://www.centeroko.ru/pisa12/pisa12\_res.htm

В основу организации области исследования математической

грамотности положены три пересекающихся аспекта:

**математическое** **содержание**, которое используется в тестовых заданиях;

**контекст**, в котором представлена проблема;

математические мыслительные **процессы**, которые описывают, что делает ученик, чтобы связать этот контекст с математикой, необходимой для решения поставленной проблемы (рис.1, приложение 1).

В 2012 году средний результат российских обучающихся 15-летнего возраста по математической грамотности исследования PISA составил 482 балла, средний результат по странам ОЭСР – 494 балла.

Средние баллы российских обучающихся по выполнению заданий, связанных с двумя областями содержания «Изменение и зависимости» (алгебра) и «Пространство и форма» (геометрия), статистически не отличаются от средних баллов, показанных странами ОЭСР (493 и 490 баллов соответственно). По областям «Количество» (арифметика) и «Неопределенность и данные» (статистика и вероятность) результаты существенно ниже средних результатов по странам ОЭСР (495 и 493 соответственно) (рис.2, приложение 2).

Таким образом, российские учащиеся продемонстрировали разные уровни овладения материалом, который признан на международном уровне важным для решения повседневных проблем, – средний уровень овладения алгебраическим и геометрическим материалом и явно недостаточный уровень овладения материалом из курса арифметики и разделов вероятности и статистики.

В значительной степени эти результаты объясняются особенностями программы российской школы. В течение трех лет в 7-9 классах российские учащиеся изучают систематические курсы алгебрыигеометрии. В тоже время курс арифметики завершается в 6 классе, а в 7-9 классах не актуализируется, и знания, необходимые для выполнения заданий по области «Количество»,

забываются. Для сравнения: в зарубежной школе курс арифметики изучается

вплоть до 10 класса. Невысокие результаты по области «Неопределенность и данные» объясняются тем, что курс «Статистика. Вероятность» впервые включен в программу основной российской школы в 2004 г., а его усвоение контролируется в рамках государственной итоговой аттестации только с 2011 г. (рис. 3, приложение 3)

Анализ результатов выполнения российскими учащимися заданий, требующих применения различных видов деятельности, показал, что российские обучающиеся явно успешнее могут «формулировать математически» поставленную проблему и «применять» нужную математику для ее решения и менее успешно справляются с «интерпретацией» полученного математического решения и его представлением в контексте поставленной проблемы.

В 2011 году в Ямало-Ненецком автономном округе проведено исследование математической грамотности обучающихся 5 и 7 классов общеобразовательных школ и гимназий.

В основу инструмента положено представление об образовательном процессе как «культурном развитии». Опираясь на имеющиеся исследования в этой области, разработчики сосредоточились на процессе присвоения (ассимиляции) культурных средств/способов мышления и действия, как ведущем содержании школьного образования.

В процессе присвоения орудий мышления были выделены три ключевые точки, каждая из которых связана с определенным типом интеллектуального новообразования. Эти типы новообразований и приняты как критерии трех основных уровней сформированности соответствующих видов математической грамотности. В данной системе уровень обозначает тип присвоения ребенком культурного средства (фрагмента содержания учебной программы) с вытекающими отсюда возможностями мышления и действия.

*Первый* *уровень* *(репродуктивный)* –опора на формукультурногообразца действия.

Общим критерием достижения этого уровня является действие по

формальному образцу, предполагающее умение опознать по внешним признакам проблемную ситуацию и реализовать соответствующий алгоритм (правило) действия.

*Второй* *уровень* *(рефлексивный)* – опора на содержательное основание способа действия – понятие, фиксирующее существенное отношение данной предметной области.

Индикатором второго уровня является выполнение заданий, в которых внешние характеристики описанной ситуации не обеспечивают ориентировку действия, а существенное отношение замаскировано: зашумлено посторонними деталями или структурой условий.

*Третий* *уровень* *(продуктивный)* – ориентация на поле возможностей способа действия.

Задания этого уровня предполагают актуализацию «функционального поля», обеспечивающего свободное отношение к освоенному способу действия и возможность подключения к решению задачи других интеллектуальных ресурсов.

Анализ результатов исследования позволяет сделать вывод о том, что уровень математической грамотности обучающихся МБОУ «СОШ №2» г. Салехарда выше среднего по ЯНАО по всем трём оцениваемым уровням математической грамотности. Причём, если на репродуктивном уровне он составляет 4%, то на рефлексивном уровне – более 10%. Однако стоит отметить, что с заданиями рефлексивного уровня справились немногим более половины обучающихся 7 классов. Учитывая, что задания составлялись с учетом выполнения учащимися 5 и 7 классов, и в дальнейшем проводился сравнительный анализ математической грамотности, то мы можем говорить о недостаточном уровне математической грамотности обучающихся 7 классов МБОУ «СОШ №2» (рис. 4, приложение 4)

В исследовании математической грамотности принимали участие обучающиеся 7-х классов. Для определения уровня математической

грамотности им были предложены задания для каждого уровня

математической грамотности. При сопоставлении результатов исследования математической грамотности по России и МБОУ «СОШ №2» можно сделать вывод о более низком уровне математической грамотности обучающихся МБОУ «СОШ №2» относительно общих результатов по стране. (рис. 5, приложение 5)

Для решения обозначенных проблем необходимо разработать и внедрить рабочую программу элективного курса по выбору «Реальная математика», позволяющего актуализировать навыки решения арифметических задач, сформировать базовые знания в области статистики и вероятности, развить навыки формулирования математической проблемы, применения математического аппарата для получения математических результатов, интерпретации полученных результатов.

Цель проекта – развитие математической грамотности обучающихся 8-9 классов посредством элективного курса «Реальная математика».

Для достижения поставленной цели следует решить ряд задач:

1) теоретический анализ психолого-педагогической и научно-методической литературы по развитию математической грамотности;

2) сформировать банк контрольно-измерительных материалов по отслеживанию уровня развития математической грамотности обучающихся 7-9 классов;

3) разработать и апробировать элективный курс «Реальная математика»; 4) провести анализ эффективности реализации элективного курса «Реальная математика».

***Идея*** ***реализации*** ***элективного*** ***курса*** ***«Реальная*** ***математика»***

В рамках реализации проекта предполагается ввести элективный курс «Реальная математика». Программа элективного курса предназначена для обучающихся 8-9 классов общеобразовательных учреждений, состоит из 2 разделов, каждый из которых представлен 34 академическими часами.

Содержание разделов группируется вокруг некоторых общих явлений

или типов проблем, которые возникают при рассмотрении этих явлений. В качестве таких явлений выступают: количество (арифметика); пространство и форма (геометрия); изменение и зависимости (алгебра); неопределенность (статистика, математический анализ).

Каждый раздел включает несколько модулей.

Задания в формате формирования математической грамотности группируются вокруг трех уровней компетентности:

 первый–воспроизведение включает проверкуопределенийилипростых вычислений, характерных для обычной проверки математической подготовки обучающихся;

 второй – установление связей требует интеграции математических фактов и методов для решения явно сформулированных и до некоторой степени знакомых математических задач;

 третий – размышления включает проверку математического мышления, умения обобщать, глубоко понимать, использовать интуицию, анализировать предложенную ситуацию для выделения в ней проблемы, которая решается средствами математики, и формулирования этой проблемы.

В результате освоения курса предполагается достижение следующих результатов:

1. Личностные

 *формулировать* *ситуации* *математически*: включает способность распознавать и выявлять возможности использовать математику, принять имеющуюся ситуацию и трансформировать ее в форму, поддающуюся математической обработке, создавать математическую модель, отражающую особенности описанной ситуации. Определять переменные, размышлять и понимать условия и допущения, облегчающие подход к проблеме или ее решение;

*применять* *математику:* включает способность применять математические понятия, факты, процедуры, рассуждения и инструменты для

получения решения или выводов. Эта деятельность включает выполнение

математических процедур, необходимых для получения результатов и математического решения (например, выполнять действия с алгебраическими выражениями и уравнениями или другими математическими моделями, анализировать информацию на математических диаграммах и графиках, работать с геометрическими формами в пространстве, анализировать данные). Работать с моделью, выявлять закономерности, определять связи между величинами и создавать математические аргументы;

 *интерпретировать:* включает способность размышлять над математическим решением или результатами, интерпретировать и оценивать их в контексте реальной проблемы. Эта деятельность включает перевод математического решения в контекст реальной проблемы, оценивание реальности математического решения или рассуждений по отношению к контексту проблемы. Этот процесс охватывает и интерпретацию, и оценку полученного решения или определение того, что результаты разумны и имеют смысл в рамках предложенной ситуации. При этом может потребоваться разработать объяснения или аргументацию с учетом контекста проблемы.

2. Предметные:

 *функции*: формы представления функции: словесная, символьная, табличная и графическая;

 *алгебраические* *выражения*: словесная интерпретация и операции с алгебраическими выражениями;

 *система* *координат*: представление иописание данных, их расположения и зависимостей;

 *отношения* *в* *рамках* *геометрического* *объекта* *и* *среди* *геометрических* *объектов* *в* *двумерном* *и* *трёхмерном* *пространстве*: статические отношения, относительное расположение, равенство и подобие;

 *оценка:* отвечающие поставленной цели, приближенные значения величин и числовых выражений.

3. Метапредметные:

 решать учебно-познавательные и учебно-практические задачи, требующие полного и критического понимания текста;

 удерживать условия задания в процессе решения;

 осуществлять самоконтроль выполнения условий (ограничений) в описании ситуации при нахождении решения и интерпретации полученного решения в рамках предложенной ситуации;

 работать с информацией, представленной в различной форме (текста, таблицы, диаграммы столбчатой или круговой, схемы, рисунка, чертежа с обозначением видимых и невидимых элементов геометрической фигуры) в контексте конкретной проблемы.

Развитие математической грамотности предполагается посредством использования методических приёмов практико-ориентированной направленности (игровой момент на занятии; проблемный элемент в начале занятия; задание – «толчок» к созданию гипотезы для исследовательского проекта; модель реальной жизненной ситуации; задание, устанавливающее межпредметные связи в процессе обучения; некоторые задания заставят сформулировать свою точку зрения и найти аргументы для её защиты).

***Инструментарий:*** апробированные задачи на определение

математической грамотности. (приложение 7)

***Ресурсы***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № п/п | Ресурсы | Описание |
| 1. | Информационные | Уровни математической грамотности (Приложение 1) Задачи на определение уровня математической грамотности (Приложение 2)  УМК |
| 2. | Кадровые | Учителя математики МБОУ «СОШ №2» г. Салехарда |
| 3. | Материально-технические | Кабинет математики  Мобильный компьютерный класс  Мультимедийное оборудование (проектор, интерактивная доска) |

Целевая аудитория: обучающиеся 8-9 классов и учителя математики МБОУ «СОШ №2».

***Этапы*** ***реализации*** ***проекта***

1-й этап (сентябрь 2014 – май 2015).

Изучение педагогических и психологических трудов, выступающих в качестве теоретической основы формирования и развития математической грамотности школьников в 8-9 классах. Проведение констатирующего эксперимента, систематизация и апробация методических приемов формирования математической грамотности.

2-й этап (сентябрь 2015 – май 2016).

Внедрение проекта «Формирование математической грамотности обучающихся 8-9 классов МБОУ «СОШ №2» г. Салехарда посредством элективного курса «Реальная математика»; систематизация и обобщение данных, полученных в ходе внедрения проекта.

3-й этап (сентябрь 2016 – май 2017).

Полномасштабное внедрение механизмов формирования и развития математической грамотности обучающихся 8-9 классов, обобщение опыта.

***План*** ***мероприятий*** ***по*** ***реализации*** ***проекта***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№** **п/п** | **Мероприятия** | **Сроки** | **Ответственные** |
| **I.** **Материально-техническое** **обеспечение** | | | |
| 1. | Приобретение компьютерного оборудования | до 31.12.2014 | Администрация МБОУ «СОШ №2», учитель математики |
| 2. | Оснащение кабинета математики компьютерным оборудованием, оборудованием для реализации содержательных модулей. | до 01.02.2015 | Администрация МБОУ «СОШ №2», учитель математики |
| 3. | Приобретение методических материалов | постоянно | учитель математики |
| **II.** **Нормативное** **и** **программно-методическое** **обеспечение** | | | |
| 4. | Разработка и утверждение программы элективного курса «Реальная математика» | до 01.09.2015 | Заместители директора по УВР и МР МБОУ «СОШ №2», учитель математики |
| 5. | Создание банка методических материалов по организации и ведению элективного курса «Реальная математика» | 2015-2017 гг. | Заместители директора по УВР и НМР МБОУ «СОШ №2», руководитель ШМО, учитель математики |



|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 6. | Разработка дидактических пособий по элективному курсу «Реальная математика» | 2015-2017 гг. | Заместители директора по УВР и МР МБОУ СОШ №2, руководитель МО, учитель математики |
| 7. | Разработка критериев оценки математической грамотности обучающихся. | до 01.09.2015 | Заместители директора по УВР и НМР МБОУ «СОШ №2», учитель математики |
| **III.** **Организационное** **обеспечение** | | | |
| 8. | Отчёт о реализации проекта | 2014-2015 Ежегодно | Учитель математики |
| **III.** **Кадровое** **обеспечение,** **работа** **по** **повышению** **квалификации** **педагогов** | | | |
| 9. | Подбор кадров для реализации проекта. | до 01.10.2014 | Администрация МБОУ «СОШ №2», учитель математики |
| 10. | Организация специализированной курсовой подготовки, стажировки для педагога, реализующего проект. | по плану курсовой подготовки учреждени я | Администрация МБОУ «СОШ №2», учитель математики |
| 11. | Освещение результатов ведения элективного курса «Реальная математика» на сайте МБОУ «СОШ №2». | постоянно | Учитель математики |
| 12. | Диссеминация опыта в различных формах методической работы:  методические сессии, пленарные заседания, методические объединения педагогов;  издание методических пособий из опыта внедрения элективного курса «Реальная математика»;  размещение методических материалов на сайте образовательного учреждения;  участие в конкурсах профессионального мастерства, конкурсах программ, методических разработок | 2016-2017 гг. | Заместители директора по УВР и МР МБОУ СОШ №2, руководитель МО, учитель математики |

***Критерии*** ***оценки*** ***эффективности.*** ***Возможные*** ***последствия*** ***реализации*** ***проекта):***

1) повышение уровня математической грамотности;

2) расширение содержания образования по следующим разделам: количество (арифметика); пространство и форма (геометрия); изменение и зависимости (алгебра); неопределенность (статистика, математический анализ);

3) формирование у обучающихся навыков решения заданий,

требующих применения различных видов деятельности: формулирование на математическом языке поставленной проблемы; применение математического аппарата для решения поставленной проблемы; интерпретация полученного математического решения и представление его в контексте поставленной проблемы.

***Перспективы*** ***дальнейшего*** ***развития*** ***проекта***

Дальнейшее развитие проекта может быть осуществлено в нескольких направлениях:

 расширение «географии» проекта, то есть выход за пределы образовательного учреждения, возможность сетевого взаимодействия;

 совершенствование системы практико-ориентированных заданий;  совершенствование контрольно-измерительных материалов.

***Библиография***

1. Болотов, В.А., Сериков, В.В. Компетентностная модель: от идеи к образовательной программе [текст]. - Педагогика, 2003, №10.2. Якушин Е.В. Мультимедийные и интерактивные возможности современного урока.// Народное образование. – 2012. – № 2.

2. Зимняя, И.А. Ключевые компетенции – новая парадигма результата образования [текст]// Высшее образование сегодня. – 2003. – № 5. – С. 34– 42. http://quality.petrsu.ru/file/74/

3. Коган Е.Я. Компетентностный подход и новое качество образования [текст]/Современные подходы к компетентностно-ориентированному образованию/ Под ред. А. В. Великановой. – Самара: Профи, 2001

4. Математика. 9-й класс. Подготовка к ГИА-2013 [текст]: учебно-методическое пособие/ Под ред. Ф.Ф. Лысенко, С.Ю.Кулабухова. – Ростов-на-Дону, 2012

5. Математика. 9-й класс. Тематические тесты для подготовки к ГИА-9. Алгебра, геометрия, теория вероятностей и статистика: учебно-методическое пособие [текст]/ Под ред. Ф.Ф. Лысенко, С.Ю.Кулабухова. – Ростов-на-Дону: Легион, 2012

6. Математика. [текст] Практикум по выполнению типовых тестовых заданий, 9 класс. Авт. Л. Д. Лаппо, М. А. Попов. изд. «Экзамен», г. Москва, 2012

7. Математика. [текст] Тематические тренировочные задания, 9 класс. Рабочая тетрадь. Авт. С. С. Минаева, Л. О. Рослова, изд. «Экзамен», г. Москва, 2012

8. Математика. [текст]Типовые тестовые задания, 8 класс. авт. И. В. Ященко, С. А. Шестаков, А. С. Трепалин, А. В. Семёнов, П. И. Захаров, изд. «Экзамен», г. Москва, 2013

9. Материал с сайта [электронный ресурс]. Режим доступа:http://www.centeroko.ru

10. Материал с сайта [электронный ресурс]. Режим доступа: [http://www.mathege.ru.](http://www.mathege.ru/)

11. Сериков, В.В. Компетентностная модель содержания высшего образования – путь к новому качеству [текст]// Управление качеством профессиональной подготовки специалистов в условиях перехода на многоуровневое образование: сб. науч. ст. по итогам Всерос. науч.-практ. конф. Волгоград, 22–25 сент. 2008 г.: в 2 ч. Волгоград: Изд-во ВГПУ «Перемена», 2008. Ч. 1. С. 342–349.

12. Тематический сборник тестовых заданий по алгебре для подготовки к ГИА в новой форме (базовый уровень) [текст]. Под редакцией Е. А. Семенко, изд. Краснодар, 2013

13. Фрумин, И.Д. За что в ответе? [текст] (Компетентностный подход в образовании)/ Перемены.- 2004. - № 2. - С. 117-129.

14. Хуторской, А.В. Определение общепредметного содержанияи ключевых компетенций как характеристика нового подхода к конструированию образовательных стандартов"[электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.eidos.ru/journal/2002/0423.htm>

***Приложение*** ***1***

*Рисунок* *1.* *Модель* *математической* *грамотности*

***Приложение*** ***2***

*Рисунок* *2.* *Результаты* *PISA-2012* *по* *областям* *содержания*

***Приложение*** ***3***

*Рисунок* *3.* *Результаты* *PISA-2012* *по* *видам* *деятельности*

***Приложение*** ***4***

Математическая грамотность

100

90

80

70

60

50

40

30

20

10

0

Репродуктивный

Продуктивный Рефлексивный

ЯНАО МБОУ "СОШ №2"

*Рисунок* *4.* *Результаты* *исследования* *математической* *грамотности* *в* *ЯНАО*

***Приложение*** ***5***

Математическая грамотность

30 28,226,6 25 26 25

20

15

10

5

0

18,216,5

9,6

7,5

0 I II

15,7 13,4

6,3

4,4

1,2 1,5

III IV V VI

МБОУ "СОШ №2" Россия

*Рисунок* *5.* *Распределение* *по* *уровням* *математической* *грамотности* *МБОУ* *"СОШ* *№2"*

***Приложение*** ***6***



|  |  |
| --- | --- |
| Уровень | Характеристика |
| 6 | Учащиеся на уровне 6 математической грамотности способны к глубокому математическому мышлению и аргументации. Эти учащиеся могут применять собственную проницательность и понимание вместе с основными математическими функциями и связями, для того, чтобы разработать новые подходы и стратегии для разрешения новых проблем. Учащиеся на этом уровне могут формулировать и объяснять свои действия и размышления в отношении результатов, интерпретаций, аргументов и их пригодности к первоначальной проблеме. |
| 5 | Учащиеся на уровне 5 математической грамотности могут разрабатывать и работать с различными моделями в сложных ситуациях, определяя препятствия и делая предположения. Они могут выбирать, сравнивать и оценивать конкретную проблему, разрешая стратегии, применимыедля комплексных ситуаций в отношении этих моделей. Учащиеся на этом уровне могут работать стратегически, применяя глубокое, хорошо развитое мышление и аргументацию. |
| 4 | Учащиеся на уровне 4 на шкале математической грамотности могут работать эффективно с явными моделями конкретных комплексных ситуаций, которые включают в себя препятствия или заставляют делать предположения. Учащиеся могут выбирать и интегрировать различные аспекты, связывая их напрямую с реальными жизненными ситуациями. |
| 3 | Учащиеся на этом уровне на шкале математической грамотности могут выполнять ясно описанные математические операции, включая те, которые требуют последовательных действий. Они могут выбирать и применять простые стратегии решения проблем. Учащиеся на этом уровне используют различные источники информации. Они могут приводить краткие объяснения своей интерпретации, результатов и анализа. |
| 2 | Учащиеся на уровне2могут интерпретироватьираспознаватьситуации в контекстах, которые требуют простых выводов. Они могут извлекать необходимую информацию из единичного источника. Учащиеся на этом уровне используют простые алгоритмы, формулы и процедуры или правила. Они в состоянии делать прямой анализ и буквальную интерпретацию результатов. |
| 1 | Учащиеся на уровне 1 могут отвечать на вопросы, которые основаны на знакомом для них контексте, где есть вся необходимая информация, чтобы ответить на вопрос, и вопросы ясно определены. Они могут выявлять информацию и проводить рутинные действия в соответствии с четкими инструкциями в очевидных ситуациях. Они могут производить действия, которые очевидны. |

***Уровни*** ***математической*** ***грамотности***

***Приложение*** ***7***

***Задачи*** ***на*** ***определение*** ***математической*** ***грамотности***

**ЗАДАЧА** **1.** **БЫТОВЫЕ** **ОТХОДЫ**

Выполняя домашнее задание, связанное с охраной окружающей среды, ученик собрал информацию относительно разложения некоторых видов мусора, который выбрасывают люди:

|  |  |
| --- | --- |
| *Вид* *мусора* | *Срок* *разложения* |
| *Кожура* *банана* | *1* *–* *3* *года* |
| *Кожура* *апельсина* | *1* *–* *3* *года* |
| *Картонные* *коробки* | *0,5* *года* |
| *Жевательная* *резинка* | *20* *–* *25* *лет* |
| *Газеты* | *Несколько* *дней* |
| *Чашка* *из* *полистирола* | *Более* *100* *лет* |

Ученик решил изобразить полученные данные на столбчатой диаграмме. Приведите **одну** причину, по которой столбчатая диаграмма является неудачной

формой для представления этих данных.

ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС

***Ответ*** ***принимается*** ***полностью***

Код 1: Указана причина, связанная с большим различием между данными таблицы. Примеры ответов учащихся:

 Различие в высоте столбцов на диаграмме будет слишком большим.

 Еслидля полистиролавзятьстолбиквысотой 10 см, то для картонных коробок он будет высотой 0,05 см.

ИЛИ

Указана причина, связанная с неопределенностью данных.

 Высота столбца для полистироловых чашек неопределима.  Невозможно построить столбики для 1-3 лет и 20-25 лет.

*Возможный* *ответ:* *Слишком* *большая* *разница* *между* *сроками* *разложения* *указанных* *типов* *мусора,* *такую* *шкалу* *не* *удастся* *аккуратно* *построить* *на* *одной* *и* *той* *же* *диаграмме.*

***Ответ*** ***не*** ***принимается***

Код 0: Другие ответы

Примеры неверных ответов учащихся:

 Потому что она не годится  Пиктограмма лучше

 Вы не можете проверить эту информацию

 Потому что указаны только приближенные данные

Ключевым моментом для решения задачи является интерпретация и представление

имеющихся данных, поэтому задание отнесено к области «*Неопределенность* *и* *данные*». Сам контекст носит *научны*й характер. По характеру превалирующей познавательной деятельности задание отнесено к когнитивной области «*Интерпретировать*».

**ЗАДАЧА** **2.** **ВЕЛОСИПЕДИСТКА** **ЕЛЕНА**

Елена только что приобрела новый велосипед. У него есть спидометр, который закреплён на руле.

Спидометр показывает расстояние, которое Елена проехала, и среднюю скорость её поездки.

**Вопрос** **1:**

В одной из поездок Елена сначала проехала 4 км за 10 минут, а затем ещё 2 км за следующие 5 минут.

Какое из следующих утверждений верно?

A Средняя скорость Елены была больше в первые 10 минут, чем в последующие 5 минут.

B Средняя скорость Елены была одинаковой в первые 10 минут и в последующие 5 минут.

C Средняя скорость Елены была меньше в первые 10 минут, чем в последующие 5 минут.

D Невозможно ничего сказать о средней скорости Елены на основе имеющейся информации.

ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1 ***Ответ*** ***принимается*** ***полностью*** Код 1: B.

Ответ на вопрос можно получить с помощью разных подходов. Например, самый простой и быстрый – обратить внимание на то, что отношение пути и времени одинаковые на этих участках пути. Это означает, что скорости на них равны. Можно также вычислить скорости на

каждом участке и увидеть, что они одинаковые (0,4 км/ч). Так как не требуется приводить решение, то способ, использованный учеником, не оценивается.

При выполнении задания приходится иметь дело с зависимостями между путем, скоростью и временем, поэтому вопрос отнесен к категории «Изменение и зависимости», а рассматриваемая ситуация отнесена к «личностной». Для получения ответа надо либо найти отношение величин, либо использовать формулу нахождения скорости по известным пути и времени, поэтому познавательная деятельность отнесена к категории «Применять».

**Вопрос** **2:**

Еленапроехала6 кмдо домасвоей тёти. Спидометр показал, что в среднемонаехала со скоростью 18 км/ч во время всей поездки.

Какое из следующих утверждений верно?

A У Елены ушло 20 минут, чтобы доехать до дома тёти. B У Елены ушло 30 минут, чтобы доехать до дома тёти. C У Елены ушло 3 часа, чтобы доехать до дома тёти.

D Невозможно сказать, сколько времени ушло у Елены, чтобы доехать до дома тёти.

**ОЦЕНКА** **ОТВЕТА** **НА** **ВОПРОС** **2**

***Ответ*** ***принимается*** ***полностью*** Код 1: A

Для ответа на вопрос можно использовать разные способы. Например, найти время, которое ушло у Елены, – 6:18= 1/3 (ч) или 20 мин. Можно опираться на смысл понятия скорости и отношение пути и времени. Так, 18 км/ч – расстояние, которое проедет Елена за 1 ч или за 60 мин. 6 км составляют треть этого расстояния, значит, она его проедет за треть часа или за 20 мин.

Как и в первом вопросе, здесь надо использовать зависимость между путем, скоростью и временем, поэтому вопрос отнесен к категории «Изменение и зависимости», а рассматриваемая ситуация отнесена к «личностной». Для получения ответа надо использовать формулу нахождения времени по известным пути и скорости, поэтому познавательная деятельность отнесена к категории «Применять».

**Вопрос** **3:**

Елена поехала на велосипеде на реку, которая находится в 4 км. У неё ушло 9 минут. Она поехала домой по более короткому пути в 3 км. Дорога заняла у неё только 6 минут. Какова была средняя скорость Елены (в км/ч) в её поездке на реку и обратно?

Средняя скорость поездки: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ км/ч

**ОЦЕНКА** **ОТВЕТА** **НА** **ВОПРОС** **3**

***Ответ*** ***принимается*** ***полностью*** Код: 28

**ЗАДАЧА** **3.** **ВЕЛОСИПЕДЫ**

Юрий, Мария и Петр ездят на велосипедах разных размеров. В таблице указаны расстояния, которые проезжают их велосипеды при разном числе полных оборотов колес.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *Пройденное* *расстояние* *(в* *см)* | | | | | |
| 1 оборот | 2 оборота | 3 оборота | 4 оборота | 5 оборотов | 6 оборотов |
| Петр | 96 | 192 | 288 | 384 | 480 | … |
| Мария | 160 | 320 | 480 | 640 | 800 | … |
| Юрий | 190 | 380 | 570 | 760 | 950 | … |

**Вопрос** **1:**

Петр прокатил вперед свой велосипед так, что при этом колеса сделали три полных оборота. Если Юра сделает то же самое со своим велосипедом, то насколько дальше продвинется вперед его велосипед, чем у Петра? Ответ укажите в сантиметрах.

Ответ: .....................................................см.

**ОЦЕНКА** **ОТВЕТА** **НА** **ВОПРОС** **1**

***Ответ*** ***принимается*** ***полностью***

Код 1: 282 см

***Ответ*** ***не*** ***принимается***

Код 0: Другие ответы. Код 9: Ответ отсутствует.

*Для* *ответа* *на* *вопрос* *надо* *извлечь* *нужные* *данные* *из* *первой* *и* *третьей* *строк* *(288* *и* *570)* *столбца* *таблицы* *«3* *оборота»,* *затем* *найти* *их* *разность.*

**Вопрос** **2:**

Сколько полных оборотов должны сделать колеса велосипеда Марии, чтобы проехать 1280 см?

Ответ: количество оборотов..................

**ОЦЕНКА** **ОТВЕТА** **НА** **ВОПРОС** **2**

***Ответ*** ***принимается*** ***полностью***

Код 1: 8.

***Ответ*** ***не*** ***принимается***

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

*Для* *ответа* *на* *вопрос* *надо* *извлечь* *нужное* *данное* *(160)* *из* *второй* *строки* *первого* *столбца* *таблицы* *«1* *оборот»,* *затем* *разделить* *1280* *см* *на* *это* *число.*

*Задание* *следует* *считать* *простой* *текстовой* *задачей* *на* *движение.* *Поэтому* *оно* *отнесено* *к* *области* *«Количество»,* *а* *по* *виду* *деятельности* *к* *категории* *«Применить».*

**Вопрос** **3:**

Длина окружности покрышки колеса велосипеда Петра равна 96 см или 0,96 м. У его велосипеда три скорости, которые устанавливаются с помощью нижней, средней и верхней передач. У этого велосипеда следующие передаточные соотношения:

нижнее 3:1 среднее 6:5 верхнее 1:2

Сколько раз надо Петру повернуть педали, чтобы проехать 960 м на средней передаче? Приведите решение.

**ЗАМЕЧАНИЕ:** ***Передаточное*** ***соотношение*** ***3:1*** ***означает,*** ***что*** ***при*** ***трех*** ***полных*** ***поворотах*** ***педалей*** ***колесо*** ***велосипеда*** ***делает*** ***1*** ***полный*** ***оборот.***

**ОЦЕНКА** **ОТВЕТА** **НА** **ВОПРОС** **3**

***Ответ*** ***принимается*** ***полностью***

Код 21: Дан ответ 1200 поворотов педалей и приведено верное решение. Имейте в виду, что верный числовой ответ даже при отсутствии решения демонстрирует использование верного метода решения, такой ответ принимается полностью.

Чтобы проехать 960 м, колеса должны сделать 1000 полных оборотов, что

соответствует 10005 =1200 поворотам педалей. Число оборотов колеса 960 м: 0,96 м= 1000 (обор).

6

Составляем пропорцию: 6 (оборотов педалей) – 5 (оборотов колеса)

*х* (оборотов педалей) – 1000 (оборотов колеса)

*х* *=* 6 ×1000 *=* *1200* *(обор.* *педалей)*

5

***Ответ*** ***принимается*** ***частично***

Код 11: Дан ответ 12 поворотов педалей. Использован правильный способ решения, но допущены ошибки при переводе единиц измерения.

Чтобы проехать 960 м, колеса должны сделать 10 оборотов (ученик забыл, что

расстояние в таблице дано в см), что соответствует 105 =12 поворотам педалей

6

Код 12: Верный способ решения, но имеется незначительная вычислительная ошибка или вычисления не закончены.

При 3 поворотах педалей колесо совершает 2,5 оборота. 1 оборот колеса = 0,96 м, значит, 3 оборота педалей = 2,4 м. Поэтому нужно 400 поворотов педалей, чтобы проехать 960 м. (Не выполнено действие 4003 = 1200.

1000 оборотов педалей потребуется (960:0,96), чтобы проехать 960 м, поэтому потребуется 833 поворота педалей на средней передаче (5/6 от 1000). *[Метод* *решения* *верный,* *но* *взято* *обратное* *отношение.]*

50,96 4,8 и 960:4,8 = 200 поворотов педалей. Сейчас 200:5 = 40 и 406 240. Поэтому потребуется 240 поворотов. *[Допущена* *единственная* *ошибка.* *Выполнено* *излишнее* *умножение* *на* *число* *5,* *а* *в* *остальном* *метод*

*решения* *верный.]*

***Ответ*** ***не*** ***принимается***

Код 00: Другие ответы.

96000:5 = 19200; 192006 115200 поворотов педалей. *[Не* *учтена* *окружность* *колеса.]*

Код 99: Ответ отсутствует.

*Решение* *задачи* *облегчает* *приведенная* *трактовка* *понятия* *«передаточное* *соотношение».* *Задание* *–* *текстовая* *задача* *на* *прямую* *пропорциональность.* *Поэтому* *задание* *отнесено* *к* *области* *«Количество»,* *вид* *деятельности* *–* *«Применить»* *известный* *алгоритм.*

Этот вопрос считается в исследовании одним из самых сложных тестовых заданий. Прежде всего, он требует более глубокого понимания понятия средней скорости, связывая его со всем пройденным расстоянием за все время в пути. То есть требуется понимание математического понятия и его реализации в жизненной ситуации, что приводит к более высоким требованиям к математизации предложенной ситуации, соответствующим рассуждениям, а также к использованию символического, формального, технического языка и действий.

*Возможное* *решение:* *1* *)* *(4* *+* *3):* *(9* *+* *6)* *=* *7/15* *км/мин,* *7/15* *60=* *28* *км/ч.*

*2)* *4+3=7* *км* *9+6=15* *мин* *,* *15* *мин* *–* *это* *четверть* *часа,* *значит,* *скорость* *в* *км/ч* *–* *7**4* *=* *28* *км/ч.*

Многие учащиеся недостаточно усвоили смысл данного понятия и ошибочно нашли среднюю скорость, суммируя полученные ими в отдельности скорости на двух участках пути и поделив сумму пополам.

Как и в двух первых вопросах, здесь надо использовать зависимость между путем, скоростью и временем, поэтому вопрос отнесен к категории «Изменение и зависимости», а рассматриваемая ситуация отнесена к «личностной». Для получения ответа надо использовать

формулу нахождения скорости по известным пути и времени, поэтому познавательная деятельность отнесена к категории «Применять».

**ЗАДАЧА** **4.** **ВИД** **БАШНИ**

На рисунках 1 и 2 даны два изображения **одной** **и** **той** **же** башни. На рисунке 1 вы видите **три** грани крыши башни, а на рисунке 2 – **четыре** грани.

Рисунок 1 Рисунок 2

Ниже на рисунке изображен вид крыши башни сверху. Кроме того, знаком () показаны пять различных позиций наблюдателя, обозначенных P1 – P5.

С каждой из этих позиций наблюдатель может видеть несколько граней крыши башни.

P2

P1

P3

P5P4

В таблице обведите число граней, которые можно видеть с каждой из этих позиций.



|  |  |
| --- | --- |
| **Позиция** | **Число** **граней,** **которые** **можно** **видеть** **с** **данной** **позиции**  **(обведите** **выбранное** **число)** |
| P1 | 1 2 3 4 более, чем 4 |
| P2 | 1 2 3 4 более, чем 4 |
| P3 | 1 2 3 4 более, чем 4 |
| P4 | 1 2 3 4 более, чем 4 |
| P5 | 1 2 3 4 более, чем 4 |

**ОЦЕНКА** **ОТВЕТА**

***Ответ*** ***принимается*** ***полностью***

Код 1: Для точек P1–P5 должны быть обведены соответственно числа: 4, 3, 1, 2, 2

***Ответ*** ***не*** ***принимается***

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует

*Для* *ответа* *на* *этот* *совсем* *нестандартный* *вопрос* *нужно* *создать* *модель* *предложенной* *ситуации.* *В* *данном* *случае* *надо* *определить* *углы,* *ограничивающие* *количество* *видимых* *граней* *крыши* *башни* *из* *каждой* *обозначенной* *позиции* *наблюдения.* *Для* *этого* *надо* *продолжить* *боковые* *стороны* *треугольников,* *на* *которые* *разделен* *восьмиугольник,* *изображающий* *вид* *сверху* *8* *граней* *крыши* *башни.* *Образуются* *углы,* *внутрь* *которых* *попадают* *каждая* *из* *5* *позиций* *расположения* *наблюдателя.* *В* *этом* *случае* *наблюдатель* *видит* *столько* *граней,* *сколько* *из* *них* *составили* *угол,* *в* *который* *попала* *данная* *позиция* *наблюдения.* *Так,* *например,* *точка* *Р3* *попадает* *в* *угол,* *который* *вмещает* *только* *1* *грань,* *точка* *Р1* *–* *в* *угол,* *который* *вмещает* *4* *грани,* *точка* *Р2* *–* *3* *грани,* *Точки* *Р4* *и* *Р5* *–* *по* *2* *грани.*

*Задание* *отнесено* *к* *области* *«Пространство* *и* *форма»,* *вид* *деятельности* *«Формулировать».*

**ЗАДАЧА** **5.** **ВРАЩАЮЩАЯСЯ** **ДВЕРЬ**

Вращающаяся дверь имеет три стеклянных перегородки, которые вместе с этой дверью вращаются внутри кругового пространства. Внутренний диаметр этого пространства 2 метра (200 сантиметров). Три дверные перегородки делят пространство на три равных сектора. Ниженаплане показаны дверныеперегородки в трёх разных позициях, если смотреть на них сверху.

Вход

Перегородки

200 см Выход

**Вопрос** **1.**

Чему равна в градусах величина угла между двумя дверными перегородками? Величина угла: ......................................º

***Ответ*** ***принимается*** ***полностью***

Код 1: 120 º

*Для* *ответа* *на* *вопрос* *надо* *вычислить* *градусную* *меру* *центрального* *угла.* *Можно* *рассуждать* *так:* *перегородки* *образуют* *3* *равных* *центральных* *угла,* *значит,* *каждый* *из* *них* *равен* *360˚:* *3=* *120˚.* *Однако* *многие* *учащиеся* *не* *смогли* *ответить* *на* *этот* *вопрос.* *Дело* *в* *том,* *что* *в* *курсе* *математики* *не* *обращается* *особое* *внимание* *на* *то,* *что* *центральный* *угол* *окружности* *состоит* *из* *двух* *развернутых* *углов* *и* *равен* *360*º.

Задание отнесено к области «Пространство и форма», контекст «научный», познавательная деятельность «Применять».

**Вопрос** **2.**

Два дверных проёма (пунктирные дуги на рисунке) имеют одинаковый размер. Если эти проёмы

слишком **широкие,** **то** вращающиеся двери не смогут закрыть открытое пространство, и воздух сможет свободно поступать через вход и выход. Это приведет либо к потере тепла, либо к его увеличению. Этот случай показан на рисунке справа.

В этой позиции возможно поступление воздуха.

Какую наибольшую длину дуги в сантиметрах (см) может иметь каждый дверной проём, чтобы воздух никогда не мог свободно поступать через вход и выход?

Наибольшая длина дуги: ................... см

***Ответ*** ***принимается*** ***полностью***

Код 1: Ответ в пределах от 103 до 105 , его значение зависит от точности значения *π* , использованного в вычислениях. *[Принимаются* *ответы* *(100π*), *вычисленные* *как* *1/6*

*3*

*длины* *окружности.* *Также* *принимается* *ответ,* *равный* *100,* *но* *только* *в* *случае,* *если* *понятно,* *что* *этот* *ответ* *получен* *в* *результате* *использования* 𝜋*=3.* *Примечание:* *Ответ,* *равный* *100,* *не* *сопровождаемый* *решением,* *мог* *быть* *получен* *на* *основе* *простого* *предположения,* *что* *длина* *дуги* *равна* *радиусу* *(длине* *одной* *перегородки).*

*В* *исследовании* *это* *задание* *отнесено* *к* *высшему* *уровню* *сложности.* *Требуется* *воспринять* *новую* *информацию* *–* *описание* *представленной* *реальной* *ситуации* *–* *и* *интерпретировать* *её* *геометрическую* *модель,* *чтобы* *вычислить* *длину* *искомой* *дуги.* *При* *работе* *с* *моделью,* *опираясь* *на* *пространственное* *воображение,* *интуицию* *и* *рассуждения,* *можно* *понять,* *что* *наибольшая* *длина* *этой* *дуги* *не* *может* *превышать* *половину* *дверного* *проёма,* *т.е.* *1/6* *часть* *длины* *окружности* *двери.*

*Например,* *можно* *рассуждать* *следующим* *образом:* *«Окружность* *двери* *разделена* *на* *3* *равных* *сектора.* *Значит,* *два* *сектора,* *закрытые* *стеклянными* *стенками,* *занимают* *дветретьих* *окружности,* *а* *на* *два* *дверныхпроёма* *остаетсяодна* *треть.* *Из* *соображений* *симметрии* *двух* *проёмов* *каждый* *из* *них* *не* *может* *быть* *больше* *половины* *трети* *(1/6* *части)* *окружности* *двери».*

*Для* *решения* *проблемы* *нужно* *вспомнить* *(или* *посмотреть* *в* *списке* *формул* *в* *тетради* *для* *ученика)* *известную* *учащимся* *формулу* *длины* *окружности.* *Для* *использования* *более* *привычной* *формулы* *(l=2πr)* *надо* *знать* *длину* *радиуса* *окружности* *двери.* *В* *начале* *задания* *указано,* *что* *диаметр* *двери* *равен* *200* *см,* *значит,* *радиус* *равен* *100* *см.* *Решение:* *длина* *окр.=* *2πr=* *2**3,14* *100* *=* *628;* *длина* *искомой* *дуги* *=* *628:6≈104,7* *(см).*

Этот вопрос отнесен к области «Пространство и форма», контекст «научный», познавательная деятельность «Формулировать».

**Вопрос** **3.**

Дверь делает 4 полных оборота за минуту. В каждом из трёх секторов двери могут поместиться максимально 2 человека.

Какое наибольшее число людей может войти в здание через эту дверь за 30 минут?

A 60 B 180 C 240

D 720\*

*Фактически* *это* *текстовая* *задача* *в* *3* *вопроса.* *Ключевой* *момент* *для* *создания* *модели* *решения* *–* *внимательный* *анализ* *условия* *задачи,* *связанной* *с* *непривычной* *практической* *ситуацией* *–* *реальным* *объектом* *окружающей* *действительности,* *об* *особенностях* *которого* *учащимся,* *скорее* *всего,* *ранее* *ничего* *не* *было* *известно.* *Видимо,* *самое* *трудное* *–* *это* *представить* *и* *понять,* *что* *при* *полном обороте* *дверь* *повернется* *к* *входу* *каждым* *из* *трех* *секторов* *по* *одному* *разу* *и* *в* *неё* *смогут* *войти* *три* *раза* *по* *2* *человека.* *Кроме* *того,* *следует* *учесть,* *что* *за* *минуту* *дверь* *делает* *4* *полных* *оборота.* *Только* *при* *выполнении* *этих* *условий* *можно* *получить* *верный* *ответ.*

*Возможное* *решение*: при полном обороте двери в каждый из 3 её секторов смогут войти по 2 человека, то есть максимально 23= 6 (чел.). За 30 мин дверь сделает 430= 120 полных оборотов. Значит, за 30 мин через неё войдут 6 120=720 (чел.)

Этот вопрос отнесен к области «Количество», контекст «научный», познавательная деятельность «Формулировать».

**ЗАДАЧА** **6.** **ГАРАЖ**

«Базовый» ассортимент производителя гаражей включает в себя модели только с одним окном и одной дверью.

Дима выбрал следующую модель из «базового» ассортимента. Расположение на ней окна и двери показано ниже.

**Вопрос** **1:**

На приведённых ниже рисунках показано, как «основные» модели выглядят сзади. Только один из этих рисунков соответствует модели, выбранной Димой.

Какую модель выбрал Дима? Обведите A, B, C или D.

**A** **B**

**C\*** **D**

**ОЦЕНКА** **ОТВЕТА** **НА** **ВОПРОС** **1**

***Ответ*** ***принимается*** ***полностью*** Код 1: C [Рисунок C]

Для ответа на вопрос требуется на основе вида строения «спереди» определить его вид «сзади».То естьнадо интерпретироватьрисункипо отношениюкреальномуобъекту. Очевидно, что для выполнения задания некоторые учащиеся могут мысленно поворачивать данный объект, используя пространственное воображение. Другие будут анализировать расположение деталей данного трёхмерного строения на каждом из приведенных на рисунках альтернатив, мысленно соотнося с изображением этого строения «спереди». Возможны и другие способы получения ответа.

Этот вопрос относится к категории «Пространство и форма», так как приходится иметь

дело с пространственными фигурами. По характеру познавательной деятельности его следует отнестиккатегории «Интерпретировать», апредставленную ситуацию –к «профессиональной».

**Вопрос** **2:**

Надвух приведённых нижепланах показаны размеры (в метрах) гаража, выбранного Димой.

2,50

1,00 1,00

2,40 2,40

0,50 1,00 2,00 1,00 0,50 6,00

Вид спереди Вид сбоку

Крыша сделана из двух одинаковых прямоугольных секций.

Вычислите площадь **всей** крыши. Приведите решение. ......................................................................................................................................

**ОЦЕНКА** **ОТВЕТА** **НА** **ВОПРОС** **2**

***Ответ*** ***принимается*** ***полностью***

Код 21: Любыезначения от 31 до 33 сприведенными верными вычислениями или без них. *[Не* *требуется* *приводить* *единицы* *измерения* *(м2)].*

Примеры верных ответов учащихся:

*AB* 2,52 12 7,25; *S* 267,25 32,31*(cм2)* 12 2,6 = 31,2

12 √7,25 м2

122,69 = 32,28 м2 122,7 = 32,4 м2

***Ответ*** ***принимается*** ***частично***

Код 11: Решение показывает верное использование теоремы Пифагора, но в нем сделана вычислительная ошибка или использована неверная длина или полученная площадь не удвоена.

Примеры ответов учащихся:

2,52 + 12 = 6; 12 √6 = 29,39 *[Верно* *использована* *теорема* *Пифагора,* *но* *сделана* *вычислительная* *ошибка]*.

22 + 12 = 5; 2 6 √5 = 26,8 м2 *[Использована* *неверная* *длина].* 6 2,6 = 15,6 *[Не* *удвоена* *площадь* *крыши].*

Код 12: В решении не применялась теорема Пифагора, но в нем использовано разумное значение для ширины крыши (например, любое значение от 2,6 до 3) и последующие вычисления верны.

Примеры ответов учащихся:

2,75 12 = 33 3 62 = 36

При ответе на вопрос требуется проявить умение читать планы трёхмерных, объектов, находить значения геометрических величин для ответа навопрос, который может возникнуть при строительствеобъекта, например, при его окраске. Поэтомупо содержанию задание отнесено к категории «Пространство и форма», а представленная ситуация – к «профессиональной». Для выполнения задания надо вычислить значения некоторых геометрических величин, используя при этом теорему Пифагора и формулу площади прямоугольника, поэтому по своему характеру познавательная деятельность отнесена к категории «Применять».

**ЗАДАЧА** **7.** **ИЗГОТОВЛЕНИЕ** **БРОШЮРЫ**

*Рисунок* *1*

На рисунке 1 показано, как сделать небольшую брошюру. Необходимые указания даны ниже:

 возьмите лист бумаги и сложите его два раза пополам;  скрепите по краю *a;*

 разрежьте по двум нижним краям, обозначенным *b*.

В результате получится небольшая брошюра, в которой восемь страниц.

*Рисунок* *2*

На рисунке 2 показана одна сторона листа бумаги, из которого сделали такую брошюру. Номера страниц были написаны на листе заранее.

Жирная линия показывает, где надо разрезать сложенный лист бумаги.

На следующем рисунке запишите номера 1, 4, 5 и 8 в соответствующих рамках, чтобы показать номера страниц, которые находятся на обратной стороне страниц: 2, 3, 6 и 7.

**ОЦЕНКА** **ОТВЕТА** **НА** **ВОПРОС**

***Ответ*** ***принимается*** ***полностью***

Код 1: Номера страниц размещены правильно на соответствующих местах (не учитывайте ориентацию записанных номеров):

1 8

4 5

***Ответ*** ***не*** ***принимается***

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

*При* *ответе* *на* *данныйвопрос* *надо* *использовать* *свой* *жизненныйопыт* *и* *мысленно* *вообразить,* *как* *расположены* *номера* *страниц* *в* *книге.* *В* *этой* *книге* *номера* *страниц* *начинаются* *с* *№1,* *затем* *следует* *разворот,* *на* *котором* *помещаются* *две* *страницы* *–* *слева* *с* *четным* *номером* *2,* *а* *справа* *–* *3* *и* *т.д.* *То* *есть* *нечетные* *номера* *страниц* *стоят* *впереди* *последующего* *за* *ним* *четного* *номера.* *Значит,* *перед* *числом* *2* *будет* *1,* *перед* *числом* *6* *будет* *5.* *Тогда* *за* *страницей* *3* *следует* *страница* *4,* *а* *за* *страницей* *7* *–* *8.*

Таким образом, задание следует отнести к области «*Пространство* *и* *форма*». Сам контекст носит *профессиональный* характер. По характерупревалирующей познавательной деятельности задание отнесено к когнитивной области «Формулировать».

**ЗАДАЧА** **8.** **КАКАЯ** **МАШИНА?**

Кристина только что получила водительские права и хочет купить себе первую машину.

В приведённой ниже таблице указаны сведения о четырёх машинах, которые она нашла у местного продавца подержанных машин.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Модель:** | **Альфа** | **Бета** | **Гамма** | **Дельта** |
| **Год** | 2003 | 2000 | 2001 | 1999 |
| **Объявленная** **цена** **(зеды)** | 4800 | 4450 | 4250 | 3990 |
| **Пройденное** **расстояние** **(километры)** | 105 000 | 115 000 | 128 000 | 109 000 |
| **Объём** **двигателя** **(литры)** | 1,79 | 1,796 | 1,82 | 1,783 |

**Вопрос** **1:**

Кристина хочет машину, которая отвечает **всем** следующим условиям: Пройденное расстояние **не** больше, чем 120 000 километров.

Сделана в 2000 году или позже.

Объявленная цена **не** выше, чем 4500 зедов. Какая машина отвечает условиям Кристины?

A Альфа B Бета C Гамма

D Дельта

**ОЦЕНКА** **ОТВЕТА** **НА** **ВОПРОС** **1** ***Ответ*** ***принимается*** ***полностью*** Код 1: B

*При* *выборе* *машины* *требуется* *выполнить* *три* *условия.* *Чтобы* *это* *сделать,* *надо*

*свободно* *читать* *данные,* *приведенные* *в* *соответствующих* *строках* *и* *столбцах* *таблицы.* *Эти* *данные* *надо* *соотносить* *с* *указанными* *числовыми* *условиями,* *чтобы* *выбрать* *машину,* *которая* *одновременно* *отвечает* *всем* *этим* *условиям.*

Задание связано с работой с данными, поэтому оно отнесено к содержательной области «Неопределенность и данные». Для его выполнения надо, применив базовые умения по чтению данных таблицы, перейти на основе понимания этих данных к решению вопроса, возникшего в реальной ситуации. Поэтому превалирующая познавательная деятельность отнесена к категории «Интерпретировать». По своему характеру описанная в заданииситуация явно относится к «личностным», так какмногимлюдям приходится иметь дело с покупкой машины и принимать решение о выборе, опираясь на те или иные критерии.

**Вопрос** **2:**

У какой машины наименьший объём двигателя?

A Альфа B Бета C Гамма

D Дельта

**ОЦЕНКА** **ОТВЕТА** **НА** **ВОПРОС** **2** ***Ответ*** ***принимается*** ***полностью*** Код 1: D

Этот несложный вопрос вызвал затруднения почти у трети российских учащихся. Для получения ответа требуется с учетом данной ситуации из четырех десятичных дробей выбрать наименьшую.

Для выполнения задания требуются умения, формируемые в курсе арифметики, поэтому задание отнесено к содержательной области «Количество», а познавательная деятельность – к категории «Применять». Ситуация, как в первом вопросе, относится к категории «личностная».

**Вопрос** **3:**

Кристине придётся заплатить дополнительно 2,5% от объявленной цены машины в качестве налога.

Сколько зедов составляет дополнительный налог на машину Альфа?

Дополнительный налог в зедах: ...................

**ОЦЕНКА** **ОТВЕТА** **НА** **ВОПРОС** **3** ***Ответ*** ***принимается*** ***полностью*** Код 1: 120.

Для выполнения задания требуются умения, формируемые в курсе арифметики, поэтому задание отнесено к содержательной области «Количество», а познавательная

деятельность – к категории «Применять». Ситуация, как в первом вопросе, относится к категории «личностная».

**ЗАДАЧА** **9.** **ПАРУСНЫЕ** **КОРАБЛИ**

Девяносто пять процентов товаров в мире перевозят

по морю примерно 50 000 танкеров, грузовых кораблей © by skysails и контейнеровозов. Большинство этих кораблей

используют дизельное топливо.

Инженеры планируют разработать поддержку кораблей, используя силу ветра. Их предложение заключается в прикреплении к кораблям кайтов (парящих в воздухе парусов) и использовании силы ветра, чтобы уменьшить расход дизельного топлива и его влияние на окружающую среду.

**Вопрос** **1.**

Одно из преимуществ использования кайта заключается в том, что он летает на высоте в 150 м. Там скорость ветра примерно на 25% больше, чем на уровне палубы корабля.

С какой примерно скоростью дует ветер на кайт, когда скорость ветра, измеренная на палубе корабля, равна 24 км/ч?

A 6 км/ч B 18 км/ч C 25 км/ч D 30 км/ч E 49 км/ч

*Ключевой* *момент* *решения* *–* *нахождение* *процентов* *числа.* *Задание* *стандартное,* *доступно* *учащимся* *5-6* *класса.* *Затруднение* *вызывает* *большой* *текст* *в* *описании* *ситуации,* *из* *которого* *не* *требуется* *информация* *для* *ответа* *на* *данный* *вопрос.* *Основные* *ошибки* *(ответы* *А,* *В,* *С)* *заключаются* *в* *невнимательном* *анализе* *условия* *задачи,* *а* *также* *в* *нетвердом* *знании* *алгоритмов* *решения* *задач* *на* *проценты.*

Задание отнесено к области «Количество», представленная ситуация «научная», познавательная деятельность «Применять». Результаты невысоки: российские учащиеся – 57%, стран ОЭСР – 60%.

**Вопрос** **2.**

Чему примерно должна быть равна длина каната у кайта, чтобы он тянул корабль под углом в 45° и находился на высоте в 150 м по вертикали, как показано на рисунке? A 173 м

B 212 м C 285 м D 300 м

Канат

тт 150

45 90

Примечание: Рисунок сделан не в масштабе. © by skysails

*Ключевым* *моментом* *для* *решения* *задачи* *является* *применение* *известной* *теоремы* *Пифагора* *для* *вычисления* *длины* *искомого* *отрезка,* *а* *также* *знание* *известного* *свойства* *равенства* *катетов* *в* *прямоугольном* *равнобедренном* *треугольнике* *(с* *углом* *в* 45°)*.* *Решение* *задачи* *упрощает* *наличие* *чертежа,* *на* *котором* *хорошо* *представлена* *имеющаясяситуацияи* *соответствующиеданныеиз* *условиязадачи,* *а* *такжеприведенные*

*варианты* *ответов.* *Решение:* *Канат* *=*√1502 + 1502 ≈ 212,13. *Сообразуясь* *с* *вариантами* *готовых* *ответов,* *следует* *выбрать* *ответ* *В* *(*212*).*

Задание отнесено к области «Пространство и форма», представленная ситуация «научная», познавательная деятельность «Применять».

**Вопрос** **3:**

Из-за высокой стоимости дизельного топлива в 0,42 зеда за литр хозяева корабля *«Новая* *волна»* думают о том, чтобы снабдить свой корабль кайтом.

Подсчитано, что подобный кайт даёт возможность уменьшить расход дизельного топлива на 20%.

Название: «*Новая* *волна»*

Тип: фрахтовое судно (сдаётся в наём)

Длина: 117 метров Ширина: 18 метров

Грузоподъёмность: 12 000 тонн Максимальная скорость: 19 узлов

Расход дизельного топлива за год без использования кайта: примерно 3 500 000 литров.

Стоимость установки на *«Новой* *волне»* кайта составляет 2 500 000 зедов.

Через сколько примерно лет экономия на дизельном топливе покроет стоимость установки кайта? Приведите вычисления, подтверждающие ваш ответ.

Количество лет:......................................

***Ответ*** ***принимается*** ***полностью***

Код 1: Ответ от 8 до 9 лет сопровождается соответствующими вычислениями.

*Возможное* *решение*: *Расход* *топлива* *за* *год* *без* *паруса:* *3,5* *миллионов* *литров,* *цена* *литра* *0,42,* *стоимость* *топлива* *3500000**0,42=* *1* *470* *000* *зед.* *20%* *экономит* *парус,* *тогда* *экономия* *1* *470* *000* ∙ *0,2* *=* *294* *000* *зед.* *за* *год.* *Стоимость* *кайта* *2* *500* *000:294* *000* *8,5* *(лет).* *Значит,* *после* *8-9* *лет* *покроется* *стоимость* *паруса.*

Это текстовая задача в 3-4 вопроса. В исследовании она отнесена к высшему уровню сложности. Требуется создать модель её решения, применить алгоритм решения задач на проценты и выполнить арифметические действия с многозначными числами. Полученный приближенный ответ (8,5 лет) округлить, учитывая условие задачи. Знания и умения, необходимые для получения ответа формируются в 5-6 классах. В исследовании разрешается использовать калькулятор, что позволяет упростить процесс вычислений и сэкономить время.

Задача отнесена к области «Изменение и зависимости», контекст «научный», познавательная деятельность «Формулировать».

Задача была бы посильной для российских учащихся 5-6 класса, если бы она была сформулирована в привычной для них редакции, как это делается в российских учебниках: *За* *год* *двигатель* *на* *корабле* *потребляет* *3* *500* *000* *л* *топлива,* *1* *литр* *топлива* *стоит* *0,42* *р.* *Установка* *паруса* *на* *корабле* *стоит* *2* *500* *000* *р.* *Парус* *экономит* *20%* *топлива.* *Через* *сколько* *лет* *экономия* *топлива* *покроет* *стоимость* *установки* *паруса?*

**ЗАДАЧА** **10.** **ПИЦЦА**

В пиццерии продаются два вида круглой пиццы, имеющих одинаковую толщину и разные размеры. Диаметр меньшей пиццы равен 30 см, и она стоит 30 зедов. Диаметр большей пиццы равен 40 см, и она стоит 40 зедов. Какие пиццы выгоднее продавать хозяину пиццерии? Приведите ваши рассуждения.

Для создания модели решения прежде всего нужно понять, что при одинаковой толщине и разных размерах большой и меньшей пиццы разница в цене зависит только от площади поверхности пиццы. Возможны два подхода при определении выгоды продавца пицц: либо на основе разности стоимости одной и той же единицы площади большей и меньшей пиццы, либо – разности площадей большей и меньшей пиццы, которые можно купить за одни и те же деньги.

Затем надо сообразить, что поверхность пицц имеет форму круга, у которого известен диаметр. Значит, надо по известной формуле площади круга подсчитать площадь круга у большей и меньшей пицц. При первом подходе нужно поделить стоимость пиццы на её площадь.

S меньшей пиццы = 3,14 (30:2)2 = 706,5 (см2); 1 см2 будет стоить 30 : 706,5 ≈ 0,042 (зед.) Sбольшей пиццы = 3,14 (40:2)2 = 1256 (см2); 1 см2 будет стоить 40 : 1256 ≈ 0,032 (зед.) *Полученное* *решение* *показало,* *что* *хозяину* *выгоднее* *продавать* *меньшие* *пиццы,*

*так* *как* *1* *см2* *меньшей* *пиццы* *стоит* *покупателю* *немного* *дороже,* *чем* *такая* *же* *площадь* *большей* *пиццы.*

При втором подходе нужно поделить площадь пиццы на её стоимость.

S меньшей пиццы = 3,14 (30:2)2= 706,5 (см2); на 1 зед можно купить 706,5:30= 23,55 (см2) Sбольшей пиццы = 3,14 (40:2)2 = 1256 (см2); на 1 зед можно купить 1256 :40 = 31,4 (см2) *Полученное* *решение* *показало,* *что* *хозяину* *выгоднее* *продавать* *меньшие* *пиццы,*

*так* *как* *на* *1* *зед* *покупатель* *может* *купить* *меньшую* *площадь* *у* *меньшей* *пиццы* *и* *большую* *площадь* *у* *большей* *пиццы.* *То* *есть* *большая* *пицца* *выгоднее* *покупателю,* *а* *меньшая* *–* *продавцу.*

Ключевым моментом для решения задачи является установление зависимости между размером пиццы и её стоимостью, поэтому задание отнесено к области «*Изменение* *и* *зависимости*». Сам контекст носит *личностны*й характер. По характеру превалирующей познавательной деятельности задание отнесено к когнитивной области «*Формулировать*», так как требуется создать модель решения задачи.

**ЗАДАЧА** **11.** **ПОДЪЁМ** **НА** **ГОРУ** **ФУДЗИ** Гора Фудзи – знаменитый бездействующий вулкан в Японии.

**Вопрос** **1:**

Гора Фудзи ежегодно открыта для подъёма людей только с 1 июля по 27 августа включительно. В течение этого времени на гору Фудзи поднимаются около 200 000 людей.

Сколько примерно в среднем людей поднимаются на гору Фудзи каждый день?

A 340 B 710

C 3400\* D 7100 E 7400

ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1 ***Ответ*** ***принимается*** ***полностью*** Код 1: C. 3400

*Ключевым* *моментом* *решения* *является* *правильное* *определение* *количества* *дней,* *которые* *открыты* *для* *подъёма* *на* *гору.*

Задание отнесено к содержательной области «Количество», так как это несложная арифметическая задача. Однако из-за отсутствия необходимой информации приходится создать модель решения, поэтому по характеру познавательной деятельности задание отнесено к когнитивной области «Формулировать». В задаче приходится иметь дело с ситуацией, связанной с жизнью общества, поэтому контекст считается «общественным».

**Вопрос** **2:**

Пешеходная тропа Готемба на гору Фудзи имеет длину около 9 километров.

Пешеходам нужно вернуться после 18 *км* прогулки к 20 часам.

Тоши прикинул, что он может подняться на гору со средней скоростью 1,5 *км/ч* и спуститься со скоростью в два раза больше этой. При движении с этими скоростями учитыалось время на то, чтобы поесть и отдохнуть.

Используя скорости, установленные Тоши, определите самое позднее время, когда Тоши может начать свой подъём, чтобы он мог вернуться к 20 ч.

ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2 ***Ответ*** ***принимается*** ***полностью***

Код 1: 11 (ч) *[Единицы* *измерения* *могут* *быть* *указаны* *или* *не* *указаны.* *Допускается* *и* *такая* *запись* *времени* *–* *11:00]*

По характеру – это задача на движение, в условии которой имеется вся информация, нужная для решения. Используя известные длину тропы и скорости при подъёме и при спуске, надо определить время, необходимоедля подъёмаи спускаи суммировать их. Затем найти разность между полученной суммой затраченного времени и 20 часами.

*Решение:* *9:* *1,5* *+* *9:* *1,5* *2* *=* *9* *(ч);* *20* *–* *9=* *11* *(ч)*

Решение задачи требует рассмотрения зависимостей между расстоянием, скоростью и временем и поэтому задание отнесено к содержательной области «Изменение и

зависимости». Постановка вопроса не стандартная, явно требуется перейти от реальной ситуации к её математическому аналогу. Значит, требуется создать модель решения и по характеру познавательной деятельности отнести задание к когнитивной области «Формулировать». Так как приходится иметь дело с ситуацией, связанной с жизнью общества, то контекст задания считается «общественным».

**Вопрос** **3:**

Тоши надел шагомер для подсчёта своих шагов во время ходьбы по тропе Готемба.

Его шагомер показал, что он сделал 22 500 шагов по дороге наверх.

Оцените среднюю длину шага у Тоши, пока он шёл 9 *км* вверх по тропе Готемба. Дайте ответ в сантиметрах (*см*).

Ответ: ..................................................... *см*

ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3 ***Ответ*** ***принимается*** ***полностью*** Код 1: 40*.*

Задание – простейшая арифметическая задача в один вопрос.

*Решение:* *9* *км* *надо* *разделить* *на* *22500* *шагов* *и* *полученный* *ответ* *перевести* *в* *сантиметры* *–* *9* *:* *22500=* *0,0004* *(км)* *=* *0,4* *(м)* *=* *40* *(см)*

При решении приходится иметь дело только с данными числами, поэтому задание отнесено к содержательной области «Количество». Так как нужно было использовать известный алгоритм деления десятичных дробей, то по характеру когнитивная деятельность отнесена к категории «Применять». Ситуация, описанная в задании, связана с жизнью общества, и считается «общественной».

**ЗАДАЧА** **12.** **ПОЕЗДКА** **НА** **МАШИНЕ**

Марина отправилась покататься на машине. Во время поездки дорогу перед машиной перебежала кошка. Марина резко нажала на тормоз и сумела объехать кошку. Она была так взволнована этим происшествием, что решила вернуться домой.

На приведенном ниже графике представлена скорость машины во время поездки.

**72**

**60**

**Скорость** **48** **(км\ч)** **36**

**24**

**12**

**0** **9.00**

**9.04** **9.08** **9.12**

**Время**

**Вопрос** **1:**

Сколько было времени, когда Марина нажала на тормоз, чтобы не переехать кошку?

Ответ: .........................................

***Ответ*** ***принимается*** ***полностью*** Код 1: 9.06 ИЛИ 6 минут десятого.

**Вопрос** **2:**

Сравните расстояние, которое проехала Марина, возвращаясь домой, с расстоянием, которое она проехала от дома до того места, где случилось происшествие с кошкой. Какое из них короче? Ответ объясните, используя информацию, представленную на графике.

***Ответ*** ***принимается*** ***полностью***

В ответе говорится, что путь домой был короче, и дано соответствующее объяснение. Объяснение связано и с тем, что средняя скорость была меньше, так и с тем, что на обратный путь ушло примерно такое же время, или приведены подобные аргументы. Следует иметь в виду, что аргументы, основанные на меньшей площади под графиком скорости на обратном пути, также можно принимать полностью.

Примеры верных ответов, которые дали учащиеся:

 Первая часть расстояния была больше, чем обратный путь, на который ушло столько же времени, но на первой части пути она ехала намного быстрее, чем на второй.

 Путь Марины домой был короче, потому что на него ушло чуть меньше времени, а ехала она медленнее.

 По графику видно, что скорость от начала движения до остановки намного больше, чем на обратном пути, а время на этих двух отрезках пути примерно одинаковое. Значит, расстояние, пройденное от начала пути до остановки, должно быть значительно больше, чем обратный путь.

Ключевыми моментами при решении задачи является интерпретация графика скорости и понимание зависимости пройденного расстояния от скорости и времени движения. Поэтому задание отнесено к области «Изменение и зависимости», ситуация «личностная», а характер познавательной деятельности «Интерпретировать».

**ЗАДАЧА** **13.** **ПОКУПКА** **КВАРТИРЫ**

Это план квартиры, которую родители Гриши хотят купить в агентстве недвижимости.

**Кухня**

**Ванная**

Масштаб:

1 см обозначает 1 м

**Гостиная** **яя**

**Терраса**

**Спальня**

**Вопрос:**

Для оценки общей площади пола в квартире (включая террасу и стены) вы можете измерить размеры каждой комнаты, вычислить площадь каждой из них и сложить их.

Однако есть более эффективный метод, при котором для оценки общей площади пола вам нужно измерить только 4 отрезка. Укажите на данном плане **четыре** отрезка, которые нужны, чтобы оценить общую площадь пола в квартире.

Ответ принимается полностью

На планах квартиры указаны четыре измерения, необходимые для оценки площади пола. Ниже приведены 9 возможных способов решения.

1 2 3

41 5 6

7 8 9

*Ключевым* *моментом* *создания* *модели* *решения* *задачи* *является* *использование* *пространственного* *воображения* *для* *разбиения* *плана* *квартиры* *на* *фигуры,* *площади* *которых* *можно* *вычислить,* *используя* *известную* *формулу.* *Этот* *план* *можно* *разбить* *на* *2* *прямоугольника.* *Тогда,* *чтобы* *найти* *их* *площади,* *достаточно* *измерить* *длины* *двух* *сторон* *каждого* *из* *них.* *При* *этом* *возможны* *два* *способа* *вычисления* *площади.* *Первый* *–* *на* *плане* *два* *прямоугольника* *дополняют* *друг* *друга* *и* *их* *площади* *суммируются* *(см.* *рис.* *6,* *7).* *Второй* *–* *план* *можно* *дополнить* *в* *правом* *верхнем* *углу* *до* *большого* *прямоугольника,* *тогда* *из* *площади* *большого* *прямоугольника* *надо* *вычесть* *площадь* *дополнившего* *его* *прямоугольника* *(см.* *рис.* *2).* На других рисунках, чтобы найти площади двух прямоугольников, используя первый или второй способ для нахождения длины одной из сторон прямоугольника, надо либо суммировать длину двух измеренных отрезков (см. *рис.3,* *9*), либо вычесть (см. *рис.* *1,4,5,8*).

Задание отнесено к области «Пространство и форма», представленная ситуация «Личностная», познавательная деятельность «Формулировать».

**ЗАДАЧА** **14.** **ПОХОДКА**

Нарисунке изображены следы идущего человека. Длинашага *P* – расстояниеот конца пятки следа одной ноги до конца пятки следа другой ноги.

Для походки мужчин зависимость между *n* и *P* приближенно выражается формулой:

*P* 140, где

*n*

*n* – число шагов в минуту, *P* – длина шага в метрах.

Павел знает, что длина его шага 0,80 м. Используя приведенную выше формулу, вычислите скорость Павла при ходьбе в метрах в минуту (м/мин), а затем в километрах в час (км/ч).

Запишите решение.

***Ответ*** ***принимается*** ***полностью***

Даны оба верных ответа – скорость *89,6* *м/мин* и *5,38* *км/ч* *или* *5,4* *км/ч*.

*Возможное* *решение:* *n* *=* *140* *0,80* *=* *112* *(шагов* *в* *минуту)*

*За* *минуту* *он* *проходит* *0,80**112* *=* *89,6* *(м),* *значит,* *его* *скорость* *–* *89,6* *м/мин* *или* *86,9* *60=* *5376* *м/ч* *=* *5,38* *км/ч* *или* *5,4* *км/ч*.

Ключевыммоментом создания моделидля определения скоростидвижения является понимание того, что скорость движения зависит от количества шагов за указанное время. Кроме того, для решения задачи важно умение выразить одну из переменных в формуле через другие переменные. Поэтому задание отнесено к области «*Изменение* *и* *зависимости*». Сам контекст носит *личностный* характер. По характеру превалирующей познавательной деятельности задание отнесено к когнитивной области «*Формулировать*».

**ЗАДАЧА** **15.** **ПРОДАЖА** **МУЗЫКАЛЬНЫХ** **ДИСКОВ**

В январе были выпущены новые компакт-диски музыкальных групп «*Рокеры»* и *«Кенгуру».* В феврале последовали компакт-диски музыкальных групп «*Ночные* *птицы»* и «*Металлисты»*. На следующей диаграмме показана продажа этих компакт-дисков с января по июнь.

**Вопрос** **1.**

Сколько компакт-дисков музыкальная группа «*Металлисты*» продала в апреле? A 250

B 500\* C 1000 D 1270

**Вопрос** **2**

В каком месяце музыкальная группа «*Ночные* *птицы»* в первый раз продала больше своих компакт-дисков, чем музыкальная группа «*Кенгуру»*?

A Не было такого месяца B Март

C Апрель \* D Май

**Вопрос** **3**

Менеджер группы «*Кенгуру»* обеспокоен тем, что количество проданных компакт-

дисков уменьшилось с февраля по июнь. Каков прогноз объёма продаж в июле, если

продолжится такая же отрицательная тенденция? A. омпакт-дисков

B. 370 компакт-дисков \* C. 670 компакт-дисков D. 1340 компакт-дисков

*Для* *ответа* *на* *вопрос* *1* *надо* *интерпретировать* *диаграмму:* *понять* *принятые*

*обозначения,* *найти* *на* *диаграмме* *столбец,* *соответствующий* *группе* *«Металлисты»,* *и* *определить* *его* *высоту.*

*Для* *ответа* *на* *вопрос* *2* *надо* *интерпретировать* *диаграмму:* *понять* *принятые* *обозначения,* *найти* *на* *диаграмме* *столбцы,* *соответствующие* *двум* *указанным* *группам* *в* *каждом* *из* *6* *месяцев,* *и* *сравнить* *их* *по* *высоте.* *Выполнение* *этих* *действий* *упрощается* *за* *счет* *того,* *что* *эти* *столбцы* *соседние,* *поэтому* *их* *легче* *сравнить.*

*Для* *ответа* *на* *вопрос* *3* *надо* *интерпретировать* *столбчатую* *диаграмму* *и* *определить* *количество* *компакт-дисков,* *которое* *будет* *продано* *в* *июле,* *полагая,* *что* *сохранится* *линейная* *тенденция* *уменьшения* *количества* *проданных* *дисков* *группы* *«Кенгуру»* *с* *февраля* *по* *июнь.* *Совершенно* *нестандартный* *вопрос,* *на* *который* *трудно* *было* *бы* *дать* *достаточно* *точный* *числовой* *ответ,* *поэтому* *к* *нему* *приведены* *варианты* *готовых* *ответов.*

*На* *диаграмме* *видно,* *что* *высота* *соответствующих* *столбцов* *уменьшается* *с* *февраляпо* *июнь.* *Возможный* *рациональный* *подход* *к* *получению* *ответа* *–это* *учесть,* *что* *отрицательная* *тенденция* *продолжается* *и* *в* *июле.* *Поэтому* *достаточно* *определить* *по* *диаграмме* *количество* *дисков,* *проданных* *в* *июне* *(примерно* *650* *штук),* *и* *сравнить* *полученное* *число* *с* *вариантами* *готовых* *ответов.* *Тогда* *будет* *ясно,* *что* *ответы* *С* *(670)* *и* *D* *(1340)* *явно* *неверные,* *так* *как* *они* *больше,* *чем* *в* *июне* *(650),* *а* *ответ* *А* *(70)* *слишком* *мал.*

*Возможен* *другой* *подход,* *когда* *по* *диаграмме* *находят* *число* *дисков,* *проданных* *в* *каждом* *месяце* *с* *февраля* *по* *июнь,* *затем* *вычисляют* *разность* *между* *двумя* *соседними* *месяцами,* *суммируют* *эти* *разности,* *делят* *этусуммуна* *5и* *получают* *среднееколичество* *дисков,* *на* *которое* *уменьшается* *продажа* *в* *следующем* *месяце.* *Но* *это* *очень* *трудоёмкий* *подход,* *чреватый* *вычислительными* *ошибками.*

*Можно* *также* *справа* *от* *июня* *построить* *столбец,* *который* *будет* *изображать* *продажудисков* *группы* *Кенгуру* *виюле.* *Затем* *провести* *прямую* *через* *вершины* *5* *столбцов* *(количество* *проданных* *дисков* *группой* *Кенгуру* *с* *февраля* *по* *июнь)* *и* *продолжить* *её* *далее* *до* *пересечения* *с* *построенным* *столбцом.* *По* *вертикальной* *оси* *можно* *увидеть,* *что* *пересечение* *столбца* *будет* *на* *высоте* *между* *500* *и* *250.* *Сравнение* *с* *готовыми* *ответами* *покажет,* *что* *верный* *ответ* *В.*

Задание отнесено к области «Неопределенность и данные», представленная ситуация «общественная», познавательная деятельность «интерпретировать».

**ЗАДАЧА** **16.** **РОК-КОНЦЕРТ**

Для зрителей на концентре рок-музыки было отведено прямоугольное поле размером 100 *м* на 50 *м*. Все билеты были проданы, и поле было полностью заполнено стоящими фанатами.

Какое из следующих чисел является наилучшей оценкой общего числа людей, посетивших этот концерт?

А)2000 В)5000 С)20 000 D)50 000 Е) 100 000

При создании модели необходимо связать размеры полностью заполненного поля с количеством стоящих на нем фанатов. Однако в условии не хватает данных, которые

позволили бы это сделать. Значит, требуется понять, какая необходимая информация отсутствует и как её можно получить. В задании представлена типичная жизненная ситуация, характерная для массовых мероприятий. Значит, нужную информацию можно получить, используя знание о похожих жизненных ситуациях. Ясно, что нужно определить модель пространства, необходимого для одного или группы фанатов. При разработке этой модели важно учесть смысл таких слов из условия задачи, как «*прямоугольное* *поле,* *полностью* *заполненное* *стоящими* *фанатами».* Прямоугольная форма поля наводит на мысль разделить его площадь на квадратные метры и предположить, сколько стоящих человек могут на нем поместиться. Жизненный опыт подсказывает, что на 1 *м2* могут стоять, не касаясь друг друга, не более 4 человек.

*Возможное* *решение:* *S* *поля* *=* *100**50=5000* *м2,* *пусть* *1* *м2* *занимают* *4* *человека.* *Тогда* *всего* *на* *поле* *–* *4**5000=20000* *(чел.)-* *ответ* *(С)*

Ключевыммоментом для решения задачи является созданиемодели представленной ситуации, поэтому задание отнесено к когнитивной области «*Формулировать*». Для решения проблемы важно проведение вычислений, поэтому задание отнесено к области «*Количество*». Сам контекст носит *общественный* характер.

**ЗАДАЧА** **17.** **РОСТ** В классе 25 девочек. Их средний рост равен 130 см.

**Вопрос** **1**:

Объясните, как подсчитать средний рост девочек.

ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1 ***Ответ*** ***принимается*** ***полностью***

Код 1: Объяснения, в которых говорится: Суммировать рост всех девочек и разделить на 25.

Примеры ответов учащихся:

Вы складываете рост всех девочек и делите на число девочек.

Возьмите рост всех девочек, сложите и разделите на количество девочек, что в данном случае равно 25.

Сумма роста всех девочек в этом классе, разделенная на число девочек.

***Ответ*** ***не*** ***принимается*** Код 0: Другие ответы. Код 9: Ответ отсутствует.

Для ответа на вопрос требуется применить известный алгоритм подсчета среднего значения набора данных.

Задание отнесено к области «*Неопределенность* *и* *данные*». Сам контекст носит *научны*й характер. По характеру превалирующей познавательной деятельности задание отнесено к когнитивной области «Применение».

**Вопрос** **2:**



|  |  |
| --- | --- |
| **Утверждение** | **Верное** **или** **Неверное** |
| Если в классе есть девочка ростом 132 см, то обязательно должна быть девочка ростом 128 см. | Верное */* Неверное |
| У большинства девочек рост должен быть 130 см. | Верное */* Неверное |
| Если выстроить девочек по росту, начиная с самой маленькой и кончая самой высокой, то прямо посередине должна стоять девочка ростом 130 см. | Верное */* Неверное |
| Половина девочек в классе должна быть выше 130 см, а другая половина должна быть ниже 130 см. | Верное */* Неверное |

Обведите слово «Верное» или «Неверное» около каждого из следующих утверждений.

ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2 ***Ответ*** ***принимается*** ***полностью***

Код 1: Неверное, Неверное, Неверное, Неверное.

***Ответ*** ***не*** ***принимается*** Код 0: Другие ответы. Код 9: Ответ отсутствует.

Ключевой аспект при проверке истинности этих утверждений – опора на интерпретацию понятия среднего роста, требующую глубокого понимания его смысла. Надо понимать, что среднее значение роста может быть не равно ни одному из значений роста 25 девочек, Оно также не определяет значения и различия между значениями роста 25 девочек.

Задание отнесено к области «*Неопределенность* *и* *данные*». Сам контекст носит *научны*й характер. По характеру превалирующей познавательной деятельности задание отнесено к когнитивной области «*Интерпретировать*», т.к. требуется оценить истинность данных утверждений.

**Вопрос** **3:**

Оказалось, что рост одной из девочек был указан неверно. Ее рост вместо 145 см должен быть 120 см. Найдите правильное значение среднего роста девочек в этом классе.

A 126 см B 127 см C 128 см D 129 см E 144 см

ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3 ***Ответ*** ***принимается*** ***полностью*** Код 1: D. 129 см.

***Ответ*** ***не*** ***принимается*** Код 0: Другие ответы. Код 9: Ответ отсутствует.

*Нет* *готового* *алгоритма* *вычисления* *среднего* *значения* *в* *предложенной* *ситуации.* *Для* *получения* *ответа* *можно* *рассуждать* *так:* *надо* *найти* *общую* *сумму* *роста* *всех* *25* *девочек,* *используя* *средний* *рост,* *равный* *130* *(130* *25)* *,* *затем* *вычесть* *из* *неё* *разность* *145* *и* *120* *(145* *–* *120* *=* *25)* *и* *полученное* *число* *разделить* *на* *25.*

*Есть* *и* *другой* *подход* *к* *получению* *ответа:* *рост* *одной* *девочки* *уменьшился* *на* *25* *(140* *–120=25).* *Значит,* *общая* *сумма* *роста* *25* *девочек* *уменьшилась* *на* *25.* *Это* *можно* *интерпретировать* *так:* *в* *этом* *случае* *значение* *роста* *каждой* *из* *25* *девочек* *уменьшилось* *бы* *на* *1* *см.* *Отсюда* *следует,* *что* *средний* *рост* *стал* *бы* *меньше* *на* *1* *см,* *т.е.* *будет* *130* *–* *1=* *129* *(см).*

Для ответа на вопрос требуется создать модель решения на основе известного алгоритма подсчета среднего значения набора данных, поэтому по характеру превалирующей познавательной деятельности задание отнесено к когнитивной области «Формулировать». Содержание задания связано с областью «*Неопределенность* *и* *данные*». Сам контекст носит *общественны*й характер.

**ЗАДАЧА** **18.** **САДОВНИК**

У садовника есть 32 м провода, которым он хочет обозначить на земле границу клумбы. Форму клумбы ему надо выбрать из следующих вариантов.

A B

**6** **м** **6** **м**

**10** **м** **10** **м**

C D

**6** **м** **6** **м**

**10** **м** **10** **м**

Обведите в таблице слово «Да» или «Нет» около каждой формы клумбы в зависимости от того, хватит или не хватит садовнику 32 м провода, чтобы обозначить её границу.

|  |  |
| --- | --- |
| План клумбы | Хватит ли 32 м провода, чтобы обозначить границу клумбы ? |
| План А | Да / Нет |



|  |  |
| --- | --- |
| План В | Да / Нет |
| План С | Да / Нет |
| План D | Да / Нет |

ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС

***Ответ*** ***принимается*** ***полностью***

Код 2: Даны все четыре верных ответа: Да, Нет, Да, Да

***Ответ*** ***принимается*** ***частично***

Код 1: Даны три любых верных ответа.

***Ответ*** ***не*** ***принимается***

Код 0: Два или меньше верных ответа.

*Возможные* *рассуждения:* *Если* *выпрямить* *стороны* *многоугольников* *(формы* *А* *и* *С),* *то* *получим* *прямоугольники* *со* *сторонами* *10* *м* *и* *6* *м.* *Тогда* *периметры* *клумбы* *на* *планахА,* *С,* *Dравны* *ровно* *32* *м.* *Дляопределениядлины* *боковой* *стороны* *параллелограмма* *(форма* *В)* *возможно* *такое* *рассуждение:* *на* *рисунке* *явно* *видно,* *что* *боковые* *стороны* *(наклонные)* *параллелограмма* *(форма* *В)* *по* *длине* *больше* *его* *высоты,* *равной* *6* *м.* *Значит,* *периметр* *клумбы* *формы* *В* *более* *32* *м.*

Ключевым моментом для решения задачи является опора на пространственное вооображение при преобразовании в прямоугольники форм *А* и *С*, а также знание свойств параллелограмма и знание понятия периметра многоугольников, поэтому задание отнесено к области «*Пространство* *и* *форма*». Сам контекст носит *профессиональный* характер. По характеру превалирующей познавательной деятельности задание отнесено к когнитивной области «*Применять*».

**ЗАДАЧА** **19.** **СКОРОСТЬ** **ПАДЕНИЯ** **КАПЕЛЬ** Внутривенные капельные вливания используются для введения жидкости и лекарств

пациентам.

Для осуществления вливания медицинским сёстрам нужно вычислять скорость падения капель (*D),* в каплях в минуту.



*k∙V*

Они используют формулу *D* =60*n* , где

𝑘 – показатель «число капель в единице объёма», который измеряется в каплях в миллилитре (*мл*),

𝑉 – объём вливания (в *мл*),

*n* – время (в часах), за которое требуется сделать вливание.

**Вопрос** **1:**

Медицинская сестра хочет увеличить вдвое время вливания.

Приведите точное описание того, как изменится значение *D* если *n* **увеличить** **в** **два** **раза**, а 𝑘 и 𝑉 оставить без изменения.

......................................................................................................................................

***Ответ*** ***принимается*** ***полностью***

Код 2: В объяснении описаны и направление, и величина изменения. Примеры ответов учащихся:

Оно разделится пополам Оно составит половину D будет на 50% меньше

D будет в два раза меньше

***Ответ*** ***принимается*** ***частично***

Код 1: Ответ, в котором правильно описано либо направление, либо величина изменения, но не оба.

Примеры ответов учащихся:

D станет меньше. [*Не* *говорится* *о* *величине* *изменения.*]

Будет изменение на 50%. [*Не* *говорится* *о* *направлении* *изменения.*]

D будет на 50% больше. [*Верная* *величина* *изменения,* *но* *неверное* *направление* *изменения.*]

**Вопрос** **2:**

**Медицинским** **сёстрам** **также** **нужно** **вычислять** **объём** **вливания** **(**𝑽**),** **используя** **скорость** **падения** **капель** ***D*.**

Вливание со скоростью 50 капель в минуту надо сделать пациенту за 3 часа. Показатель «число капель в единице объёма» для данного вливания равен 25 каплям в миллилитре.

Чему равен объём вливания (в *мл*)?

Объём вливания: ................................... *мл*

***Ответ*** ***принимается*** ***полностью***

Код 1: 360 или приведены верное преобразование формулы и подстановка значений (см. ниже второй пример ответа учащихся)

Примеры ответов учащихся: 360

(60 ∙ 3 ∙ 50) : 25 [*верное* *преобразование* *и* *подстановка*]

**Вопрос** **1.**

*Ключевым* *моментом* *решения* *задачи* *является* *работа* *с* *формулой.* *Можно* *подставить* *вместо* *n* *в* *знаменатель* *формулы* *2n* *и* *понять,* *что* *значение* *D* *надо* *разделить* *еще* *на* *2.* *Значит,* *оно* *уменьшится* *в* *2* *раза.* *Либо* *применить* *свойство* *обыкновенной* *дроби:* *если* *знаменатель* *увеличить* *в* *«а* *раз»,* *то* *значение* *дроби* *уменьшится* *во* *столько* *же* *раз.*

**Вопрос** **2.**

*Ключевым* *моментом* *решения* *задачи* *является* *работа* *с* *формулой.* *Надо* *преобразовать* *формулу,* *выразив* *V* *через* *другие* *переменные,* *и* *подставить* *значения* *трех* *данных* *величин.* *При* *этом* *имеется* *дополнительная* *трудность* *–* *надо* *правильно* *определить,* *какие* *переменные* *принимают* *указанные* *в* *условии* *значения.* *В* *условии* *явно* *указано* *только,* *что* *D* *=* *50* *каплям.* *Значит,* *надо* *обратиться* *к* *тексту* *в* *начале* *задания* *и* *по* *описанию* *в* *нем* *переменных* *понять,* *что* 𝑘 *=* *25,* *а* *n* *=* *3.*

Задание отнесено к области «Изменение и зависимости», представленная ситуация «Профессиональная», познавательная деятельность «Применять».

**ЗАДАЧА** **20.** **СОУС**

Вы делаете свою собственную заправку для салата. Вот рецепт на 100 миллилитров (*мл*) заправки



|  |  |
| --- | --- |
| Салатное масло: | 60 *мл* |
| Уксус: | 30 *мл* |
| Соевый соус: | 10 *мл* |

Сколько миллилитров (*мл*) салатного масла понадобится, чтобы сделать 150 *мл* этой заправки?

Ответ: ……………….. *мл*

***Ответ*** ***принимается*** ***полностью*** Код 1: 90

***Ответ*** ***не*** ***принимается***

Код 0: Другие ответы.

В 1,5 раза больше. [*Требуется* *вычислить* *необходимое* *количество.*]

*Задача* *решается* *с* *помощью* *составления* *соответствующей* *пропорции:* *100* *г* *–* *60* *мл* *х* *=* 150 ×60 *=* *90* *(мл).*

100

*150 г – х мл*

*Это* *стандартная* *арифметическая* *задача* *на* *пропорциональные* *величины.* *Она* *доступна* *учащимся* *5-6* *класса,* *которым* *известен* *способ* *её* *решения.* *Однако* *при* *изучении* *курсов* *алгебры* *в* *8-9* *классов* *учащиеся* *с* *подобными* *задачами* *не* *встречаются.* *При* *изучении* *курса* *геометрии* *в* *8-9* *классах* *им* *приходится* *иметь* *дело* *с* *пропорциональным* *отношением* *сторон* *в* *подобных* *треугольниках,* *составлять* *и* *решать* *соответствующие* *пропорции.*

Задача отнесена к области «Количество», контекст «личный», познавательная деятельность «Формулировать».

**Используемые ресурсы**

1. Волкова, Т. Н. Использование практико-ориентированных задач в обучении математике учащихся основной школы // Математика и математическое образование: современные тенденции и перспективы развития. Сборник научных трудов по материалам II заочной Всероссийской научно-практической конференции. 2017. с. 173–176.
2. Губанова, М.И., Лебедева, Е.П. Функциональная грамотность младших школьников: проблемы и перспективы формирования [Текст] // Начальная школа плюс до и после. – 2009. - №12 или 5. Рослова Л. О. Функциональная математическая грамотность: что под этим понимать и как формировать // Педагогика. 2018. № 10. С. 48-55.
3. Леонтьев А. А.Педагогика здравого смысла. Избранные работы по философии образования и педагогической психологии / сост., предисл., коммент. Д. А. Леонтьева. М.: Смысл, 2016. 528 c.
4. Мацкевич, В., Крупник, С. Функциональная грамотность [Текст] // Всемирная энциклопедия: Философия. - Минск, Харвест, 2001. - 312 с.
5. Пожарова Г.А. Практико-ориентированные задачи как один из важнейших элементов формирования математической грамотности учащихся/ Г.А. Пожарова. - Текст: непосредственный//Молодой ученый.-2021.-№1(343).С.62-64.-URL: htpps://moluch.ru/archive/343/77263/
6. Практико-ориентированные задачи по математике. 5-6 класс. Учебное пособие./Авт. – сост. Ю.А. Скурихина/ КОГОАУ ДПО «ИРО Кировской области», ООО «Издательство «Радуга-ПРЕСС№2019. 192с.
7. Рослова Л. О. Функциональная математическая грамотность: что под этим понимать и как формировать // Педагогика. 2018. № 10. С. 48–55.
8. Хуторской А.В. Ключевые компетенции и образовательные стандарты //

Интернет-журнал «Эйдос». – 2002.