

Решение задач на теплообмен с использованием уравнения теплового баланса.

Задача № 1

В калориметр со льдом массой 0,4 кг и температурой 0° С добавили воды массой 3 кг той же температуры, затем добавили воды массой 2 кг с температурой 70° С. Определить установившуюся температуру в калориметре. ($\lambda_{\text{л}} = 3,3 \cdot 10^5$ Дж/кг, $c_{\text{в}} = 4200$ Дж/(кг·К))

Решение.

Дано:	СИ:
$m_1 = 0,4$ кг	
$t_1 = 0^0$ С,	$T_1 = 273$ К
$m_2 = 3$ кг	
$t_2 = 0^0$ С,	$T_2 = 273$ К
$m_3 = 2$ кг	
$t_3 = 70^0$ С,	$T_3 = 342$ К
$c_{\text{в}} = 4200$ Дж/(кг·К)	
$\lambda_{\text{л}} = 3,3 \cdot 10^5$ Дж/кг	
$T_4 = ?$	

Оценим, какое количество теплоты может отдать горячая вода и получить лёд.

Количество теплоты, необходимое для плавления льда,

$$Q_1 = \lambda_{\text{л}} \cdot m_1 = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг} \cdot 0,4 \text{ кг} = 1,32 \cdot 10^5 \text{ Дж}.$$

Количество теплоты, отданное горячей водой при охлаждении до 0° С,

$$Q_4 = c_{\text{в}} \cdot m_3 \cdot (T_3 - T_1) = 4200 \text{ Дж/(кг·К)} \cdot 2 \text{ кг} \cdot (342 \text{ К} - 273 \text{ К}) = 5,88 \cdot 10^5 \text{ Дж}.$$

Мы видим, что запас теплоты у горячей воды больше, чем надо для плавления льда, следовательно, весь лёд растает, и вода массой $m_1 + m_2$ нагреется до искомой температуры T_4 .

Q_2 - количество теплоты которое получит вода m_1 и растаявший лёд m_3 при нагревании от 0° С до T_4 .

Составим уравнение теплового баланса.

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q_4 \quad (1)$$

И так:

$Q_1 = \lambda_{\text{л}} \cdot m_1$ – количество теплоты необходимое для плавления льда при 0° С;

$Q_2 = c_{\text{в}} \cdot m_1 \cdot (T_4 - T_1)$ - количество теплоты необходимое чтобы нагреть растаявший лёд от T_1 до T_4 ;

$Q_3 = c_{\text{в}} \cdot m_2 \cdot (T_4 - T_1)$ - количество теплоты необходимое чтобы нагреть воду массой m_2 от T_1 до T_4 ;

$Q_4 = c_{\text{в}} \cdot m_3 \cdot (T_3 - T_4)$ - количество теплоты которое отдаёт горячая вода m_3 при остывании до искомой температуры T_4 .

Подставим формулы в уравнение теплового баланса:

$$\lambda_{\text{л}} \cdot m_1 + c_{\text{в}} \cdot m_1 \cdot (T_4 - T_1) + c_{\text{в}} \cdot m_2 \cdot (T_4 - T_1) = c_{\text{в}} \cdot m_3 \cdot (T_3 - T_4)$$

упростим:

$$\lambda_{\text{л}} \cdot m_1 + c_{\text{в}} \cdot (m_1 + m_2) \cdot (T_4 - T_1) = c_{\text{в}} \cdot m_3 \cdot (T_3 - T_4)$$

$$\lambda_{\text{л}} \cdot m_1 / c_{\text{в}} + (m_1 + m_2) \cdot (T_4 - T_1) = m_3 \cdot (T_3 - T_4)$$

$$T_4 = 293 \text{ К}$$

Ответ: 293 К (20 °С).

Задача № 2

В калориметр со льдом массой 300 грамм и температурой - 10 °С, впустили водяной пар массой 90 грамм при температуре 100 °С. Определить установившуюся температуру в калориметре. ($c_{\text{л}} = 2100 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$, $\lambda_{\text{л}} = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{кг}$, $c_{\text{в}} = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$, $L_{\text{п}} = 2,3 \cdot 10^6 \text{ Дж}/\text{кг}$)

Решение.

Дано:	СИ:
$m_{\text{л}} = 300 \text{ гр}$	0,3 кг
$t_1 = - 10^0 \text{ C,}$	$T_1 = 263 \text{ К}$
$m_{\text{п}} = 90 \text{ гр}$	0,09 кг
$t_2 = 100^0 \text{ C,}$	$T_2 = 373 \text{ К}$
$t_3 = 0^0 \text{ C}$	$T_3 = 273 \text{ К}$
$c_{\text{л}} = 2100 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$	
$c_{\text{в}} = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$	
$\lambda_{\text{л}} = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{кг}$	
$L_{\text{п}} = 2,3 \cdot 10^6 \text{ Дж}/\text{кг}$	
$T_4 - ?$	

Оценим, какое количество теплоты может отдать пар и получить лёд.

Количество теплоты, необходимое для нагревания льда до 0° С и его плавления,

$$Q_1 = c_{\text{л}} \cdot m_{\text{л}} \cdot (T_3 - T_1) = 2100 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) \cdot 0,3 \text{ кг} \cdot (273 \text{ К} - 263 \text{ К}) = 6300 \text{ Дж}, (1)$$

$$Q_2 = \lambda_{\text{л}} \cdot m_{\text{л}} = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{кг} \cdot 0,3 \text{ кг} = 0,99 \cdot 10^5 \text{ Дж}. (2)$$

Количество теплоты, отданное паром при температуре 100° С,

$$Q_4 = L \cdot m_{\text{п}} = 2,3 \cdot 10^6 \text{ Дж}/\text{кг} \cdot 0,09 \text{ кг} = 2,07 \cdot 10^5 \text{ Дж}. (3)$$

Количество теплоты, отданное паром больше чем сумма (1) и (2), а это значит, что лёд нагреется до 0° С, затем расплавится и полученная вода нагреется до температуры T_4 .

Составим уравнение теплового баланса:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q_4 + Q_5 \quad (4)$$

И так:

$Q_1 = c_{\text{л}} \cdot m_{\text{л}} \cdot (T_3 - T_1)$ – количество теплоты необходимое для нагревания льда от T_1 до T_3 ;

$Q_2 = \lambda_{\text{л}} \cdot m_{\text{л}}$ - количество теплоты необходимое чтобы лёд превратить в воду при T_3 ;

$Q_3 = c_{\text{в}} \cdot m_{\text{л}} \cdot (T_4 - T_3)$ - количество теплоты необходимое чтобы нагреть воду массой $m_{\text{л}}$ от T_3 до T_4 ;

$Q_4 = L \cdot m_{\text{п}}$ - количество теплоты которое отдаёт пар массой $m_{\text{п}}$ при конденсации при T_2 ;

$Q_5 = c_{\text{в}} \cdot m_{\text{п}} \cdot (T_2 - T_4)$ - количество теплоты которое отдаёт горячая вода при остывании от T_2 до T_4 ;

Подставим формулы в уравнение теплового баланса:

$$c_{\text{л}} \cdot m_{\text{л}} \cdot (T_3 - T_1) + \lambda_{\text{л}} \cdot m_{\text{л}} + c_{\text{в}} \cdot m_{\text{л}} \cdot (T_4 - T_3) = L \cdot m_{\text{п}} + c_{\text{в}} \cdot m_{\text{п}} \cdot (T_2 - T_4);$$

Подставим данные и посчитаем:

$$6300 \text{ Дж} + 99000 \text{ Дж} + 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) \cdot 0,3 \text{ кг} \cdot (T_4 - 273 \text{ К}) = 207000 \text{ Дж} + 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) \cdot 0,09 \text{ кг} \cdot (373 \text{ К} - T_4).$$

$$T_4 = 358 \text{ К}$$

Ответ: 358 К (85° С).

Задача № 3

В термос налили 3 л горячей воды температурой 90°C . Определите массу льда, температура которого -15°C , который необходимо положить в термос, чтобы установилась температура 40°C . Теплообменом с окружающей средой пренебречь. ($c_{\text{л}} = 2100 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$; $c_{\text{в}} = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$; $\lambda_{\text{л}} = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{кг}$; $\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг}/\text{м}^3$)

Решение.

Дано:

$$V_{\text{в}} = 3 \text{ л.}$$

$$t_1 = 90^{\circ}\text{C},$$

$$t_2 = -15^{\circ}\text{C},$$

$$t_3 = 40^{\circ}\text{C}$$

$$t_4 = 0^{\circ}\text{C}$$

$$c_{\text{л}} = 2100 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$$

$$c_{\text{в}} = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$$

$$\lambda_{\text{л}} = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{кг}$$

$$\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг}/\text{м}^3$$

$$m_{\text{л}} - ?$$

СИ:

$$3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$T_1 = 363 \text{ K}$$

$$T_2 = 258 \text{ K}$$

$$T_3 = 313 \text{ K}$$

$$T_4 = 273 \text{ K}$$

Определим массу воды в объёме 3 л!

$$m_{\text{в}} = \rho_{\text{в}} \cdot V_{\text{в}}$$

$$m_{\text{в}} = 1000 \text{ кг}/\text{м}^3 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 3 \text{ кг}$$

Составим уравнение теплового баланса.

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q_4 \quad (1)$$

И так:

$Q_1 = c_{\text{л}} \cdot m_{\text{л}} \cdot (T_4 - T_2)$ - количество теплоты необходимое чтобы нагреть лёд от -15°C до 0°C ;

$Q_2 = \lambda_{\text{л}} \cdot m_{\text{л}}$ - количество теплоты необходимое для плавления льда при 0°C ;

$Q_3 = c_{\text{в}} \cdot m_{\text{л}} \cdot (T_3 - T_4)$ - количество теплоты необходимое чтобы нагреть воду массой $m_{\text{л}}$ от 0°C до 40°C ;

$Q_4 = c_{\text{в}} \cdot m_{\text{в}} \cdot (T_1 - T_3)$ - количество теплоты которое отдаёт горячая вода $m_{\text{в}}$ при остывании от 90°C до 40°C .

Подставим формулы в уравнение теплового баланса:

$$c_{\text{л}} \cdot m_{\text{л}} \cdot (T_4 - T_2) + \lambda_{\text{л}} \cdot m_{\text{л}} + c_{\text{в}} \cdot m_{\text{л}} \cdot (T_3 - T_4) = c_{\text{в}} \cdot m_{\text{в}} \cdot (T_1 - T_3);$$

упростим:

$$m_{\text{л}} = c_{\text{в}} \cdot m_{\text{в}} \cdot (T_1 - T_3) / (c_{\text{л}} \cdot (T_4 - T_2) + \lambda_{\text{л}} + c_{\text{в}} \cdot (T_3 - T_4));$$

Подставим данные и посчитаем:

$$m_{\text{л}} = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{K}) \cdot 3 \text{ кг} \cdot (363 \text{ K} - 313 \text{ K}) / (2100 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{K}) \cdot (273 \text{ K} - 258 \text{ K}) + 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{кг} + 4200 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{K}) \cdot (313 \text{ K} - 273 \text{ K}));$$

$$m_{\text{л}} = 1,19 \text{ кг}$$

Ответ: $m_{\text{л}} = 1,19 \text{ кг}$.

Задача № 4

Железный шар радиусом $r = 2$ см, и первоначальной температурой 300°C опустили в термос со льдом. Первоначальная температура льда $t_1 = 0^\circ\text{C}$, и масса 500 грамм. Определить массу образовавшейся воды при таянии льда при достижении теплового равновесия? Потерями теплоты пренебречь. Плотность железа $\rho_{\text{ж}} = 7800 \text{ кг/м}^3$, удельная теплоёмкость железа $c_{\text{ж}} = 460 \text{ Дж/кг}\cdot\text{K}$. ($c_{\text{в}} = 4200 \text{ Дж/кг}\cdot\text{K}$); $\lambda_{\text{л}} = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$)

Решение.

Дано:

СИ:

$R = 2 \text{ см.}$
 $t_{\text{ж}} = 300^\circ\text{C},$
 $t_{\text{л}} = 0^\circ\text{C},$
 $c_{\text{в}} = 4200 \text{ Дж/кг}\cdot\text{K}$
 $\lambda_{\text{л}} = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$
 $\rho_{\text{ж}} = 7800 \text{ кг/м}^3$
 $c_{\text{ж}} = 460 \text{ Дж/кг}\cdot\text{K}$
 $m_{\text{в}} - ?$

$2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
 $T_{\text{ж}} = 573 \text{ K}$
 $T_{\text{л}} = 273 \text{ K}$

Выразим массу железного шара через плотность и объём шара!

$$m_{\text{ж}} = \rho_{\text{ж}} \cdot V_{\text{ш}}; \quad V_{\text{ш}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3;$$
$$m_{\text{ж}} = \rho_{\text{ж}} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3; \quad (1)$$

Составим уравнение теплового баланса.

$$Q_1 = Q_2 \quad (2)$$

И так:

$Q_1 = c_{\text{ж}} \cdot m_{\text{ж}} \cdot (T_{\text{ж}} - T_{\text{л}})$ - количество теплоты отдаваемое льду железным шаром при остывании от 300°C до 0°C ; (4)

$Q_2 = \lambda_{\text{л}} \cdot m_{\text{л}}$ - количество теплоты необходимое для плавления льда при 0°C ; (4)

Подставим формулы (1), (3), (4) в уравнение теплового баланса (2):

$$c_{\text{ж}} \cdot m_{\text{ж}} \cdot (T_{\text{ж}} - T_{\text{л}}) = \lambda_{\text{л}} \cdot m_{\text{л}};$$

$$m_{\text{л}} = (c_{\text{ж}} \cdot \rho_{\text{ж}} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 \cdot (T_{\text{ж}} - T_{\text{л}})) / \lambda_{\text{л}};$$

Подставим данные и посчитаем:

$$m_{\text{л}} = (460 \text{ Дж/кг}\cdot\text{K} \cdot 7800 \text{ кг/м}^3 \cdot \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot (2 \cdot 10^{-2})^3 \cdot (573 \text{ K} - 273 \text{ K})) / (3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}) = 0,109 \text{ кг}$$

Масса растаявшего льда $m_{\text{л}} = m_{\text{в}} = 0,109 \text{ кг}$

Ответ: 0,109 кг, (109 гр.)

Задача № 5

Шар массой 1,26 кг и температурой 90 °С, погрузили в калориметр, и налили 500 грамм воды температурой 25 °С. Через некоторое время наступил тепловой баланс, температура шара и воды в калориметре стали равны 40 °С. Рассчитайте удельную теплоёмкость шара и определите вещество шара. Теплоёмкостью калориметра и потерями тепла пренебречь. ($c_{\text{в}} = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$).

Решение.

Дано:	СИ:
$m_{\text{ш}} = 1,26 \text{ кг}$,	
$t_1 = 90^\circ \text{C}$,	$T_1 = 363 \text{ K}$
$m_{\text{в}} = 500 \text{ г}$,	$0,5 \text{ кг}$
$t_2 = 25^\circ \text{C}$	$T_2 = 298 \text{ K}$
$t_3 = 40^\circ \text{C}$	$T_3 = 313 \text{ K}$
$c_{\text{в}} = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$	
$c_{\text{ш}} - ?$	

Составим уравнение теплового баланса.

$$Q_1 = Q_2 \quad (1)$$

И так:

$Q_1 = c_{\text{ш}} \cdot m_{\text{ш}} \cdot (T_1 - T_3)$ - количество теплоты которое отдаёт шар $m_{\text{ш}}$ при остывании от 90° С до 40° С;

$Q_2 = c_{\text{в}} \cdot m_{\text{в}} \cdot (T_3 - T_2)$ - количество теплоты необходимое чтобы нагреть воду массой $m_{\text{в}}$ от 0° С до 40° С;

Подставим формулы в уравнение теплового баланса:

$$c_{\text{ш}} \cdot m_{\text{ш}} \cdot (T_1 - T_3) = c_{\text{в}} \cdot m_{\text{в}} \cdot (T_3 - T_2);$$

выразим $c_{\text{ш}}$:

$$c_{\text{ш}} = (c_{\text{в}} \cdot m_{\text{в}} \cdot (T_3 - T_2)) / (m_{\text{ш}} \cdot (T_1 - T_3));$$

Подставим данные и посчитаем:

$$c_{\text{ш}} = (4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) \cdot 0,5 \text{ кг} \cdot (313 \text{ K} - 298 \text{ K})) / (1,26 \text{ кг} \cdot (363 \text{ K} - 313 \text{ K})) = 500 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$$

Определяем удельную теплоёмкость шара по таблице «Удельные теплоёмкости веществ»

Сталь – 500 Дж/(кг·К)

Ответ: $c_{\text{ш}} = 500 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$. , сталь

Задача № 6

Какой массы нужно взять чугунный цилиндр при температуре 600 °С, чтобы 1 кг льда, взятого при – 10 °С, расплавить и 100 грамм из полученной воды превратить в пар. ($c_ч = 540 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$), $c_л = 2100 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$, $\lambda_л = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{кг}$, $c_в = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$, $L_п = 2,3 \cdot 10^6 \text{ Дж}/\text{кг}$)

Решение.

Дано:	СИ:
$t_1 = 600 \text{ }^\circ\text{C}$	$T_1 = 873 \text{ K}$
$m_л = 1 \text{ кг}$	
$t_2 = -10 \text{ }^\circ\text{C}$,	$T_2 = 263 \text{ K}$
$m_п = 100 \text{ гр}$	0,1 кг
$t_3 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$,	$T_3 = 273 \text{ K}$
$t_4 = 100 \text{ }^\circ\text{C}$	$T_4 = 373 \text{ K}$
$c_ч = 540 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$	
$c_л = 2100 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$	
$c_в = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$	
$\lambda_л = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{кг}$	
$L_п = 2,3 \cdot 10^6 \text{ Дж}/\text{кг}$	
$m_ц - ?$	

Составим уравнение теплового баланса:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = Q_5 \quad (1)$$

И так:

$Q_1 = c_л \cdot m_л \cdot (T_3 - T_2)$ – количество теплоты необходимое для нагревания льда от T_2 до T_3 ;

$Q_2 = \lambda_л \cdot m_л$ – количество теплоты необходимое чтобы лёд превратить в воду при T_3 ;

$Q_3 = c_в \cdot m_п \cdot (T_4 - T_3)$ – количество теплоты необходимое чтобы нагреть воду массой $m_п$ от T_3 до T_4 ;

$Q_4 = L_п \cdot m_п$ – количество теплоты необходимое для парообразования массой $m_п$ при T_4 ;

$Q_5 = c_ч \cdot m_ч \cdot (T_1 - T_4)$ – количество теплоты которое отдаёт чугунный цилиндр при остывании от T_1 до T_4 ;

Подставим формулы в уравнение теплового баланса:

$$c_л \cdot m_л \cdot (T_3 - T_2) + \lambda_л \cdot m_л + c_в \cdot m_п \cdot (T_4 - T_3) + L_п \cdot m_п = c_ч \cdot m_ч \cdot (T_1 - T_4);$$

выразим $m_ч$:

$$m_ч = (c_л \cdot m_л \cdot (T_3 - T_2) + \lambda_л \cdot m_л + c_в \cdot m_п \cdot (T_4 - T_3) + L_п \cdot m_п) / (c_ч \cdot (T_1 - T_4));$$

Подставим данные и посчитаем:

$$m_ч = (2100 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) \cdot 1 \text{ кг} \cdot (273 \text{ K} - 263 \text{ K}) + 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{кг} \cdot 1 \text{ кг} + 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) \cdot 1 \text{ кг} \cdot (373 \text{ K} - 273 \text{ K}) + 2,3 \cdot 10^6 \text{ Дж}/\text{кг} \cdot 0,1 \text{ кг}) / (540 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) \cdot (873 \text{ K} - 373 \text{ K})) = 3,637 \text{ кг}$$
$$m_ч = 3,637 \text{ кг}$$

Ответ: 3,637 кг.

Задача № 7

В термостат, с водой массой $m_v = 800$ г при температуре $t_0 = 60^\circ \text{C}$, кладут кубик льда при температуре $t_l = -10^\circ \text{C}$, в который вмёрзнут свинцовый шар массой $m_{ш} = 100$ г. Через некоторое время наступает тепловой баланс, температура воды становится $t_1 = 5^\circ \text{C}$. Определить массу кубика льда, который положили в термостат. Теплоёмкостью термостата и потерями тепла пренебречь. ($c_c = 140$ Дж/(кг·К), $c_l = 2100$ Дж/(кг·К), $\lambda_l = 3,3 \cdot 10^5$ Дж/кг, $c_v = 4200$ Дж/(кг·К))

Решение.

Дано:	СИ:
$m_v = 800$ г	0,8 кг
$t_0 = 60^\circ \text{C}$	$T_0 = 333$ К
$t_l = -10^\circ \text{C}$,	$T_l = 263$ К
$m_{ш} = 100$ гр	0,1 кг
$t_3 = 0^\circ \text{C}$,	$T_3 = 273$ К
$t_1 = 5^\circ \text{C}$	$T_1 = 278$ К
$c_c = 140$ Дж/(кг·К)	
$c_l = 2100$ Дж/(кг·К)	
$c_v = 4200$ Дж/(кг·К)	
$\lambda_l = 3,3 \cdot 10^5$ Дж/кг	
$m_k - ?$	

Составим уравнение теплового баланса:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5;$$

И так:

$Q_1 = c_v \cdot m_v \cdot (T_0 - T_1)$ – количество теплоты которое отдаёт вода массой m_v при охлаждении от 60°C до 5°C ;

$Q_2 = c_l \cdot m_k \cdot (T_3 - T_l)$ - количество теплоты необходимое льду m_k чтобы нагреться от -10°C до 0°C ;

$Q_3 = \lambda_l \cdot m_k$ - количество теплоты необходимое чтобы лёд массой m_k расплавился при 0°C ;

$Q_4 = c_v \cdot m_k \cdot (T_1 - T_3)$ - количество теплоты необходимое чтобы нагреть воду массой m_k от 0°C до 5°C ;

$Q_5 = c_c \cdot m_{ш} \cdot (T_2 - T_1)$ - количество теплоты необходимое для нагревания свинцового шара массой $m_{ш}$ от -10°C до 5°C ;

Подставим формулы в уравнение теплового баланса:

$$c_v \cdot m_v \cdot (T_0 - T_1) = c_l \cdot m_k \cdot (T_3 - T_l) + \lambda_l \cdot m_k + c_v \cdot m_k \cdot (T_1 - T_3) + c_c \cdot m_{ш} \cdot (T_1 - T_l);$$

упростим:

$$m_k = (c_v \cdot m_v \cdot (T_0 - T_1) - c_c \cdot m_{ш} \cdot (T_1 - T_l)) / (c_l \cdot (T_3 - T_l) + \lambda_l + c_v \cdot (T_1 - T_3));$$

Подставим данные и посчитаем:

$$m_k = (4200 \text{ Дж/(кг·К)} \cdot 0,8 \text{ кг} \cdot (333 \text{ К} - 278 \text{ К}) - 140 \text{ Дж/(кг·К)} \cdot 0,1 \text{ кг} \cdot (278 \text{ К} - 263 \text{ К})) / (2100 \text{ Дж/(кг·К)} \cdot (273 \text{ К} - 263 \text{ К}) + 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг} + 4200 \text{ Дж/(кг·К)} \cdot (278 \text{ К} - 273 \text{ К})) = 0,496 \text{ кг}$$

Ответ: $\approx 0,5$ кг.

Задача № 8

В алюминиевом стакане массой 80 г налито 0,4 кг воды при температуре 15 °С. В стакан с водой опускают медный и стальной шарик общей массой 160 г и температурой 90 °С. Тепловой баланс наступает при температуре 18 °С. Определите массы шариков. ($c_a = 836$ Дж/(кг·К), $c_m = 400$ Дж/(кг·К), $c_c = 500$ Дж/(кг·К), $c_v = 4200$ Дж/(кг·К). Потерями тепла пренебречь.

Решение.

Дано:	СИ:
$m_{a.ст} = 80$ г,	0,08 кг
$m_v = 0,4$ кг,	
$t_0 = 15$ °С,	$T_0 = 288$ К
$m_{медь} + m_{сталь} = 160$ г,	0,16 кг
$t_1 = 90$ °С,	$T_1 = 363$ К
$t_2 = 18$ °С,	$T_2 = 291$ К
$c_{сталь} = 500$ Дж/(кг·К),	
$c_{ал} = 836$ Дж/(кг·К),	
$c_{медь} = 400$ Дж/(кг·К),	
$c_{вода} = 4200$ Дж/(кг·К),	
$m_{медь} - ?$	
$m_{сталь} - ?$	

Составим уравнение теплового баланса:

$$Q_1 + Q_2 = Q_3 + Q_4;$$

И так:

$Q_1 = c_v \cdot m_v \cdot (T_2 - T_0)$ – количество теплоты которое получает вода массой m_v при нагревании от 15 °С до 18 °С;

$Q_2 = c_{ал} \cdot m_{ал.ст} \cdot (T_2 - T_0)$ - количество теплоты которое получает алюминиевый стакан $m_{ал.ст}$ при нагревании от 15 °С до 18 °С;

$Q_3 = c_{медь} \cdot m_{медь} \cdot (T_1 - T_2)$ - количество теплоты которое отдаёт медный шарик $m_{медь}$ при остывании от 90 °С до 18 °С;

$Q_4 = c_{сталь} \cdot m_{сталь} \cdot (T_1 - T_2)$ - количество теплоты которое отдаёт стальной шарик $m_{сталь}$ при остывании от 90 °С до 18 °С;

Подставим формулы в уравнение теплового баланса:

$$c_{вода} \cdot m_v \cdot (T_2 - T_0) + c_{ал} \cdot m_{ал.ст} \cdot (T_2 - T_0) = c_{медь} \cdot m_{медь} \cdot (T_1 - T_2) + c_{сталь} \cdot m_{сталь} \cdot (T_1 - T_2); \quad (1)$$

т.к. $m_{медь} + m_{сталь} = 0,16$, то $m_{медь} = 0,16 - m_{сталь}$ (2);

подставим формулу (2) в уравнение (1);

$$c_{вода} \cdot m_v \cdot (T_2 - T_0) + c_{ал} \cdot m_{ал.ст} \cdot (T_2 - T_0) = c_{медь} \cdot (0,16 - m_{сталь}) \cdot (T_1 - T_2) + c_{сталь} \cdot m_{сталь} \cdot (T_1 - T_2);$$

выразим $m_{сталь}$ и упростим:

$$m_{сталь} = ((T_2 - T_0) \cdot (c_{вода} \cdot m_v + c_{ал} \cdot m_{ал.ст}) - c_{медь} \cdot 0,16 \cdot (T_1 - T_2)) / ((T_1 - T_2) \cdot (c_{медь} + c_{сталь}));$$

Подставим данные и посчитаем:

$$m_{сталь} = ((291 \text{ К} - 288 \text{ К}) \cdot (4200 \text{ Дж/(кг·К)} \cdot 0,4 \text{ кг} + 836 \text{ Дж/(кг·К)} \cdot 0,08 \text{ кг}) - 400 \text{ Дж/(кг·К)} \cdot 0,16 \cdot (363 \text{ К} - 291 \text{ К})) / ((291 \text{ К} - 363 \text{ К}) \cdot (400 \text{ Дж/(кг·К)} + 500 \text{ Дж/(кг·К)}));$$

$$m_{сталь} = 0,081 \text{ кг}$$

$$m_{медь} = 0,16 - m_{сталь} = 0,079 \text{ кг}$$

Ответ: $m_{сталь} = 81$ гр.; $m_{медь} = 79$ гр.

Литература:

1. Гольдфарб Н.И. Физика: Задачник: 9-11 классы: Учебное пособие для общеобразовательных учреждений.
2. Баканина Л. П., Белонучкин В. Е., Козел С.М. Сборник задач по физике для 10-11 классов с углубленным изучением физики.
3. Всероссийские Олимпиады по физике. 1992-2004/Научные редакторы: С. М. Козел, В.П.Слободянин. М.: Вербум — М, 2005.
4. Задачи по физике/ Под редакцией О.Я. Савченко