**МАСТЕР-КЛАСС ПО МАТЕМАТИКЕ**

***«Подготовка к ЕГЭ (профильный уровень).Производная. Исследование функции с помощью производной»***

**Цель:** развивать у обучающихся навыкиприменения теоретических знаний по теме «Исследование функции с помощью производной» для решения задания №7 ЕГЭ по математике (профильный уровень).

**Планируемые результаты:**

* Предметные: обобщить и систематизировать знания по темам «Производная. Исследование функции с помощью производной», рассмотреть прототипы задач ЕГЭ по данной теме, предоставить обучающимся возможность проверить свои знания на практике.
* Метапредметные: способствовать развитию памяти, навыков самооценки и самоконтроля; формированию основных ключевых компетенций (сравнение, сопоставление, классификация объектов, определение адекватных способов решения учебной задачи, развивать способность самостоятельно действовать в ситуации неопределённости, контролировать и оценивать свою деятельность, находить и устранять причины возникших трудностей).
* Личностные: способствовать: формированию у обучающихся ответственного отношения к учению; созданию положительной внутренней мотивации к изучению математики и при подготовке к ЕГЭ.

**Оборудование и материалы для урока**: проектор, экран, ноутбук, презентация с графиками производной функции и функций, карточки с заданиями для групп.

**Структура мастер - класса**

I.Организационный момент: сообщение темы, цели мастер - класса, мотивация учебной деятельности. Постановка проблемы.-2 мин.

II. Актуализация ЗУН

III. Групповая работа по систематизации алгоритмов решения различных типов задач задания №7 ЕГЭ».

Взаимопроверка, разбор решения задач по типам.

IV. Индивидуальная контролирующая работа по применению алгоритмов для решения всех типов задач, представленных в задании №7.

V. Итог урока. Рефлексия -1 мин.

**Ход мастер - класса**

**I.Организационный момент**

Добрый день, ребята, уважаемые коллеги! ! Я рада видеть Вас на своём мастер классе и надеюсь на взаимное сотрудничество. Сегодня и для вас, и для меня не совсем обычный урок - это ещё одна форма подготовки к ЕГЭ. Мы с вами повторим решение заданий по темам: "Производная" , "Исследование функции с помощью производной "и «Первообразная».

Обратимся к кодификатору элементов содержания по математике для составления КИМ для проведения ЕГЭ.

Задание №7 ЕГЭ (профильный уровень)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Код раздела | Код контролируемого элемента | Элементы содержания, проверяемые заданиями экзаменационной работы |
| 4.1 |  | ***Производная*** |
| 4.1.1 | Понятие о производной функции, геометрический смысл производной. |
| 4.1.2 | Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданной формулой или графиком. |
| 4.1.3 | Уравнение касательной к графику функции |
| ……. | ………….. | ………………………………. |
| 4.2 |  | ***Исследование функции*** |
|  | 4.2.1 | Применение производной к исследованию функций и построению графиков. |
| 4.3 |  | ***Первообразная и интеграл*** |
|  | 4.3.1 | Первообразные элементарных функций |
|  | 4.3.2 | Примеры применения интеграла в физике и геометрии |

- Как вы видите, колонка №3 «Элементы содержания» пуста. Назовите их, дав характеристику задания (№ задания, часть экзаменационной работы, количество баллов за правильное выполнение задания, перечень учебных тем, включенных в КЭС).

*(ответы обучающихся)*

- Выбранная мною тема нашего мастер-класса обусловлена несколькими причинами. Одной из них является невысокий процент выпускников, решивших данное задание на ЕГЭ. Вторая причина – полностью пройденный вами учебный материал по данной теме.

- Как вы думаете, почему это задание вызывает затруднение. Сформулируйте проблему, требующую решения на нашем занятии.

*(ответы обучающихся: большой теоретический материал, достаточно много типов задач, невнимательность при работе с заданием)*

**II. Актуализация ЗУН.**

- Действительно, давайте решать проблемы по мере их возникновения. Чтобы решить задание В7, нужно в первую очередь хорошо знать теоретический материал. Это мы с вами проверили в начале работы. Скажу честно, меня радует ваша теоретическая подготовка.

- Перейдем к практике. Для этого нужно уметь работать с текстом задания в Киме ЕГЭ, отвечать строго на поставленный в задании вопрос. Ведь недаром Аристотель говорил, что “**УМ ЗАКЛЮЧАЕТСЯ НЕ ТОЛЬКО В ЗНАНИИ, НО И В УМЕНИИ ПРИМЕНЯТЬ ЗНАНИЯ НА ПРАКТИКЕ”**

**III. Групповая работа по систематизации алгоритмов решения различных типов задач «Задания №7 ЕГЭ».**

- Вам на дом была задана работа разбить виды задач, представленных в задании №7 по типам. Посмотрите, что у нас получилось. Вот такие типы задач вы представили мне.

- Наш следующий шаг – определить алгоритмы решения каждого типа задач. Сейчас вы поделитесь на группы и получите диагностические карточки, где попытаетесь заполнить пропуски в алгоритмах решения всех типов задач.

*(работа в группах)*

- Закончили. Обменяйтесь таблицами. По ходу нашей дальнейшей работы вы должны будете проверить правильность составления таблиц. На экране вы видите таблицу соответствия типов задач с алгоритмом решения. К каждому типу я предлагаю задание из Открытого банка заданий, которое вам нужно выполнить в группах.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Тип задания** | **Алгоритм решения** | **Подсказка** |
| ***1. Касательная к графику функции*** | Сосчитать количество точек с горизонтальной касательной, параллельной указанной прямой. Или количество точек, образованных при пересечении графика функции и прямой у=к, где к- угловой коэффициент касательной. | 1 График функции – бугорки/ямочки  2. График производной – точки пересечения прямой и графика. |
| ***2. Наибольшее и наименьшее значение функции на указанном промежутке.*** | Определить поведение функции по знаку ее производной. | 1. Ответ – одна из точек указанного промежутка.  2. Сигнальный треугольник. |
| ***3. Определение точек экстремума*** | Дан график:  1. Функции: возрастание сменяется убыванием ( МАХ), убывание сменяется возрастанием (МIN).  2. Производной: смена с «+» на «-« ( МАХ); смена с «-« на «+» (МIN). | - бугорки / ямочки  - точки пересечения оси ОХ. |
| ***4. Определение промежутков возрастания и убывания функции, длины наибольшего из них.*** | Функция возрастает, если производная положительна.  Функция убывает, если производная отрицательна. |  |
| ***5. Нахождение значения производной в указанной точке.*** | 1. Формула у2-у1/х2-х1  2. Через тангенс прямоугольного треугольника, образованного двумя точками с целыми координатами, взятых на касательной. | Tg >0, α – острый  tg <0, α – тупой |
| ***6. Нахождение количество точек, в которых производная положительна / отрицательна.*** | Производная положительна, если функция возрастает.  Производная отрицательна, если функция убывает. |  |
| ***7. Нахождение скорости материального тела в момент времени t.*** | Скорость – есть производная пути. | Физический смысл производной |
| ***8. Нахождение точек f(x)=0 по графику F(х)*** | Решениями уравнения *f*(*x*)=0 являются точки экстремумов изображенной на рисунке функции *F*(*x*) | Бугорки / ямочки |
| ***9. Вычисление площади криволинейной трапеции / интеграла*** | 1) Как сумму площадей частей криволинейной трапеции.  2) Через формулу Ньютона-Лейбница. | **S = S1 +S2**  **F(b) – F(a)** |

**IV. Индивидуальная контролирующая работа**

- Молодцы, вы просто замечательно справились с данной работой. Сейчас вам будет предложен индивидуальный лист с прототипами заданий №7, представленных в «Открытом банке заданий по математике» (<http://mathege.ru/>). В течении 3 минут, вам необходимо выполнить максимум заданий.

- Закончили работу. Посчитайте ***процент правильности выполнения заданий*** ( количество правильно решенных заданий разделите на количество решенных заданий и умножьте на 100%)

**V. Итог урока. Рефлексия**

- Подведем итог нашей работы. Какова была цель занятия? Как вы считаете, достигнута ли она?

-Посмотрите на доску и одним предложением, выбирая начало фразы, продолжите предложение, которое вам больше всего подходит.

Я почувствовал…

Я научился…

У меня получилось …

Я смог…

Я попробую …

Меня удивило, что …

Мне захотелось…

-Можете ли вы сказать, что в ходе урока произошло обогащение запаса ваших знаний?

-Итак, вы повторили теоретические вопросы о производной функции, применили свои знания при решении прототипов заданий ЕГЭ (№7).

Домашним заданием для вас будет отработать до конца лист индивидуального контроля. Составить тест из задания №7 (сайт <https://math-ege.sdamgia.ru>) и решить с объяснением.

-Мне приятно было с вами работать, и надеюсь, что знания, полученные на уроках математики, вы сможете успешно применить не только при сдаче ЕГЭ, но и в дальнейшей своей учёбе.

Закончить мне хотелось бы словами итальянского философа *Фомы Аквинского* **«Знание – столь драгоценная вещь, что его не зазорно добывать из любого источника».**

**Спасибо за работу, желаю Вам успехов на ЕГЭ!**

***Приложение 1***

**Индивидуальный контроль**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Задание 1.** На рисунке изображены график функции у=f(x) и касательная к нему в точке с абсциссой http://self-edu.ru/htm/ege2016_30/files/1_7.files/image001.gif. Найдите значение производной функции f(x) в точке http://self-edu.ru/htm/ege2016_30/files/1_7.files/image001.gif. | http://self-edu.ru/htm/ege2016_30/files/1_7.files/image002.jpg | | |
| **Задание2.** На рисунке изображён график функции у = f(x) и девять точек на оси абсцисс: http://self-edu.ru/htm/ege2016_30/files/3_7.files/image001.gif. В скольких из этих точек производная функции f(х) отрицательна? | http://self-edu.ru/htm/ege2016_30/files/3_7.files/image002.jpg | | |
| **Задание 3.** На рисунке изображён график у=f'(x) — производной функции f(x), определённой на интервале (-6; 5). В какой точке отрезка [-2; 2] функция f(x) принимает наибольшее значение. | http://self-edu.ru/htm/ege2016_30/files/7_7.files/image001.jpg | | |
| **Задание 4.** На рисунке изображён график у = f'(x) — производной функции f(x), определённой на интервале (-10; 10). Найдите количество точек максимума функции f(x), принадлежащих отрезку [-9; 8]. | http://self-edu.ru/htm/ege2016_30/files/10_7.files/image001.jpg | | |
| **Задание 5.** На рисунке изображён график у=f'(x) — производной функции f(x), определённой на интервале (-19; 2). Найдите количество точек минимума функции f(x), принадлежащих отрезку [-17; 1]. | http://self-edu.ru/htm/ege2016_30/files/11_7.files/image001.jpg | | |
| **Задание 6.** На рисунке изображён график производной функции f(x), определённой на интервале (-8; 4). Найдите точку экстремума функции f(x) на отрезке [-7; 0]. | http://self-edu.ru/htm/ege2016_30/files/15_7.files/image001.jpg | | |
| **Задание 7.** Материальная точка движется прямолинейно по закону  http://self-edu.ru/htm/ege2016_30/files/19_7.files/image001.gif,  где http://self-edu.ru/htm/ege2016_30/files/19_7.files/image002.gif — расстояние от точки отсчёта в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени t = 3 с. | | | |
| **Задание 8.** На рисунке изображён график функции у=f(x), определённой на интервале (-7; 7). Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна. | http://self-edu.ru/htm/ege2016_30/files/25_7.files/image001.jpg | | |
| **Задание 9.** Функция у = f(x) определена на интервале (-3; 5). На рисунке изображён график её производной. Определите, сколько существует касательных к графику функции у = f(x), которые параллельны прямой у = 3х - 5 или совпадают с ней. | http://self-edu.ru/htm/ege2016_30/files/30_7.files/image001.jpg | | |
|  |  | | |
| **Задание 10.**  C:\Users\Администратор\Desktop\1а.png | | | C:\Users\Администратор\Desktop\1а - копия.png |
| **Задание 11C:\Users\Администратор\Desktop\2а.png** | | | C:\Users\Администратор\Desktop\2а - копия.png |
| **C:\Users\Администратор\Desktop\3а.pngЗадание 12** | | | |
| **Задание 13**  На рисунке изображен график функции y=f(x), определенной на интервале (-7; 5). Найдите сумму точек экстремума функции f(x). | | task-3/ps/task-3.10 | |
| **Задание 14**  На рисунке изображены график функции y=f(x) и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции f(x) в точке x_0. | | task-14/ps/task-14.16 | |
| **Задание 15**  На рисунке изображён график некоторой функции y=f(x). Функция  F(x)=-\frac{4}{9}x^3-\frac{34}{3}x^2-\frac{280}{3}x-\frac{18}{5}  — одна из первообразных функции f(x). Найдите площадь закрашенной фигуры. | | b8-44-2.eps | |
| **Задание 1.** На рисунке изображены график функции у=f(x) и касательная к нему в точке с абсциссой http://self-edu.ru/htm/ege2016_30/files/1_7.files/image001.gif. Найдите значение производной функции f(x) в точке http://self-edu.ru/htm/ege2016_30/files/1_7.files/image001.gif. | http://self-edu.ru/htm/ege2016_30/files/1_7.files/image002.jpg | | |
| **Задание2.** На рисунке изображён график функции у = f(x) и девять точек на оси абсцисс: http://self-edu.ru/htm/ege2016_30/files/3_7.files/image001.gif. В скольких из этих точек производная функции f(х) отрицательна? | http://self-edu.ru/htm/ege2016_30/files/3_7.files/image002.jpg | | |
| **Задание 3.** На рисунке изображён график у=f'(x) — производной функции f(x), определённой на интервале (-6; 5). В какой точке отрезка [-2; 2] функция f(x) принимает наибольшее значение. | http://self-edu.ru/htm/ege2016_30/files/7_7.files/image001.jpg | | |
| **Задание 4.** На рисунке изображён график у = f'(x) — производной функции f(x), определённой на интервале (-10; 10). Найдите количество точек максимума функции f(x), принадлежащих отрезку [-9; 8]. | http://self-edu.ru/htm/ege2016_30/files/10_7.files/image001.jpg | | |
| **Задание 5.** На рисунке изображён график у=f'(x) — производной функции f(x), определённой на интервале (-19; 2). Найдите количество точек минимума функции f(x), принадлежащих отрезку [-17; 1]. | http://self-edu.ru/htm/ege2016_30/files/11_7.files/image001.jpg | | |
| **Задание 6.** На рисунке изображён график производной функции f(x), определённой на интервале (-8; 4). Найдите точку экстремума функции f(x) на отрезке [-7; 0]. | http://self-edu.ru/htm/ege2016_30/files/15_7.files/image001.jpg | | |
| **Задание 7.** Материальная точка движется прямолинейно по закону  http://self-edu.ru/htm/ege2016_30/files/19_7.files/image001.gif,  где http://self-edu.ru/htm/ege2016_30/files/19_7.files/image002.gif — расстояние от точки отсчёта в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени t = 3 с. | | | |
| **Задание 8.** На рисунке изображён график функции у=f(x), определённой на интервале (-7; 7). Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна. | http://self-edu.ru/htm/ege2016_30/files/25_7.files/image001.jpg | | |
| **Задание 9.** Функция у = f(x) определена на интервале (-3; 5). На рисунке изображён график её производной. Определите, сколько существует касательных к графику функции у = f(x), которые параллельны прямой у = 3х - 5 или совпадают с ней. | http://self-edu.ru/htm/ege2016_30/files/30_7.files/image001.jpg | | |
|  |  | | |
| **Задание 10.**  C:\Users\Администратор\Desktop\1а.png | | | C:\Users\Администратор\Desktop\1а - копия.png |
| **Задание 11C:\Users\Администратор\Desktop\2а.png** | | | C:\Users\Администратор\Desktop\2а - копия.png |
| **C:\Users\Администратор\Desktop\3а.pngЗадание 12** | | | |
| **Задание 13**  На рисунке изображен график функции y=f(x), определенной на интервале (-7; 5). Найдите сумму точек экстремума функции f(x). | | task-3/ps/task-3.10 | |
| **Задание 14**  На рисунке изображены график функции y=f(x) и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции f(x) в точке x_0. | | task-14/ps/task-14.16 | |
| **Задание 15**  На рисунке изображён график некоторой функции y=f(x). Функция  F(x)=-\frac{4}{9}x^3-\frac{34}{3}x^2-\frac{280}{3}x-\frac{18}{5}  — одна из первообразных функции f(x). Найдите площадь закрашенной фигуры. | | b8-44-2.eps | |

***Приложение 2***

**В помощь ученику**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Тип задания** | **Алгоритм решения** | **Подсказка** |
| ***1. Касательная к графику функции*** | Сосчитать количество точек с горизонтальной касательной, параллельной указанной прямой. Или количество точек, образованных при пересечении графика функции и прямой у=к, где к- угловой коэффициент касательной. | 1 График функции – бугорки/ямочки  2. График производной – точки пересечения прямой и графика. |
| ***2. Наибольшее и наименьшее значение функции на указанном промежутке.*** | Определить поведение функции по знаку ее производной. | 1. Ответ – одна из точек указанного промежутка.  2. Сигнальный треугольник. |
| ***3. Определение точек экстремума*** | Дан график:  1. Функции: возрастание сменяется убыванием ( МАХ), убывание сменяется возрастанием (МIN).  2. Производной: смена с «+» на «-« ( МАХ); смена с «-« на «+» (МIN). | - бугорки / ямочки  - точки пересечения оси ОХ. |
| ***4. Определение промежутков возрастания и убывания функции, длины наибольшего из них.*** | Функция возрастает, если производная положительна.  Функция убывает, если производная отрицательна. |  |
| ***5. Нахождение значения производной в указанной точке.*** | 1. Формула у2-у1/х2-х1  2. Через тангенс прямоугольного треугольника, образованного двумя точками с целыми координатами, взятых на касательной. | Tg >0, α – острый  tg <0, α – тупой |
| ***6. Нахождение количество точек, в которых производная положительна / отрицательна.*** | Производная положительна, если функция возрастает.  Производная отрицательна, если функция убывает. |  |
| ***7. Нахождение скорости материального тела в момент времени t.*** | Скорость – есть производная пути. | Физический смысл производной |
| ***8. Нахождение точек f(x)=0 по графику F(х)*** | Решениями уравнения *f*(*x*)=0 являются точки экстремумов изображенной на рисунке функции *F*(*x*) | Бугорки / ямочки |
| ***9. Вычисление площади криволинейной трапеции / интеграла*** | 1) Как сумму площадей частей криволинейной трапеции.  2) Через формулу Ньютона-Лейбница. | **S = S1 +S2**  **F(b) – F(a)** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Тип задания** | **Алгоритм решения** | **Подсказка** |
| ***1. Касательная к графику функции*** |  | 1 График функции – бугорки/ямочки  2. График производной – точки пересечения прямой и графика. |
| ***2. Наибольшее и наименьшее значение функции на указанном промежутке.*** |  | 1. Ответ – одна из точек указанного промежутка.  2. Сигнальный треугольник. |
| ***3. Определение точек экстремума*** |  | - бугорки / ямочки  - точки пересечения оси ОХ. |
| ***4. Определение промежутков возрастания и убывания функции, длины наибольшего из них.*** |  |  |
| ***5. Нахождение значения производной в указанной точке.*** |  | Tg >0, α – острый  tg <0, α – тупой |
| ***6. Нахождение количество точек, в которых производная положительна / отрицательна.*** |  |  |
| ***7. Нахождение скорости материального тела в момент времени t.*** |  | Физический смысл производной |
| ***8. Нахождение точек f(x)=0 по графику F(х)*** |  | Бугорки / ямочки |
| ***9. Вычисление площади криволинейной трапеции / интеграла*** |  | **S = S1 +S2**  **F(b) – F(a)** |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Тип задания** | **Алгоритм решения** | | **Подсказка** |
| ***1. Касательная к графику функции*** | Сосчитать количество точек с горизонтальной касательной, параллельной указанной прямой. Или количество точек, образованных при пересечении графика функции и прямой у=к, где к- угловой коэффициент касательной. | 1 График функции – бугорки/ямочки  2. График производной – точки пересечения прямой и графика. | |
| ***2. Наибольшее и наименьшее значение функции на указанном промежутке.*** | Определить поведение функции по знаку ее производной. | 1. Ответ – одна из точек указанного промежутка.  2. Сигнальный треугольник. | |
| ***3. Определение точек экстремума*** | Дан график:  1. Функции: возрастание сменяется убыванием ( МАХ), убывание сменяется возрастанием (МIN).  2. Производной: смена с «+» на «-« ( МАХ); смена с «-« на «+» (МIN). | - бугорки / ямочки  - точки пересечения оси ОХ. | |
| ***4. Определение промежутков возрастания и убывания функции, длины наибольшего из них.*** | Функция возрастает, если производная положительна.  Функция убывает, если производная отрицательна. |  | |
| ***5. Нахождение значения производной в указанной точке.*** | 1. Формула у2-у1/х2-х1  2. Через тангенс прямоугольного треугольника, образованного двумя точками с целыми координатами, взятых на касательной. | Tg >0, α – острый  tg <0, α – тупой | |
| ***6. Нахождение количество точек, в которых производная положительна / отрицательна.*** | Производная положительна, если функция возрастает.  Производная отрицательна, если функция убывает. |  | |
| ***7. Нахождение скорости материального тела в момент времени t.*** | Скорость – есть производная пути. | Физический смысл производной | |
| ***8. Нахождение точек f(x)=0 по графику F(х)*** | Решениями уравнения *f*(*x*)=0 являются точки экстремумов изображенной на рисунке функции *F*(*x*) | Бугорки / ямочки | |
| ***9. Вычисление площади криволинейной трапеции / интеграла*** | 1) Как сумму площадей частей криволинейной трапеции.  2) Через формулу Ньютона-Лейбница. | **S = S1 +S2**  **F(b) – F(a)** | |

***Приложение 3***

ОТВЕТЫ

1)1,5

2) 3

3) 2

4) 2

5) 2

6) -3

7) 20

8) 5

9) 3

10) 4

11) 3

12) 3

13) -3

14) -0,5

15) -6

ОТВЕТЫ

1)1,5

2) 3

3) 2

4) 2

5) 2

6) -3

7) 20

8) 5

9) 3

10) 4

11) 3

12) 3

13) -3

14) -0,5

15) -6

ОТВЕТЫ

1)1,5

2) 3

3) 2

4) 2

5) 2

6) -3

7) 20

8) 5

9) 3

10) 4

11) 3

12) 3

13) -3

14) -0,5

15) -6

ОТВЕТЫ

1)1,5

2) 3

3) 2

4) 2

5) 2

6) -3

7) 20

8) 5

9) 3

10) 4

11) 3

12) 3

13) -3

14) -0,5

15) -6